UNA NOTA GEOMETRICA SOBRE LOS MODELOS MACROECONOMICOS CON PRESUPUESTO FISCAL

OSVALDO SCHENONE

I. INTRODUCCIÓN

Exceptuando el teorema bien conocido del multiplicador del presupuesto balanceado, los modelos de determinación de ingreso (y los diversos multiplicadores que se obtienen de esos modelos), tal como son presentados generalmente en los libros de texto, no incluyen la condición que el total de gasto del Gobierno debe ser pagado con los recursos provenientes de las fuentes de fondos fiscales, incluyendo la emisión monetaria [1].

Esta omisión fue denunciada por Carl Christ en 1968, quien formuló un modelo más completo, incorporando la restricción presupuestaria del Gobierno y llevando el análisis más allá de lo que lo habían llevado sus predecesores en esta materia [2].

El modelo de Christ es dinámico, ya que la emisión monetaria (eventualmente necesaria para equilibrar el presupuesto fiscal), constituye la tasa de cambio de la base monetaria y de esta manera se incorpora al modelo una ecuación en diferencia. Naturalmente, al adquirir carácter dinámico, el modelo se enriquece, porque es capaz de distinguir los resultados de corto y largo plazo de cambios en los parámetros de política macroeconómica.

Sin embargo, "there is no such thing as a free lunch", y necesariamente esa mayor riqueza del modelo va acompañada de una mayor complejidad matemática, derivada de la necesidad de resolver las ecuaciones en diferencia del modelo (que a pesar de ser muy sencillas, tornan el modelo levemente más complicado que el estático convencional).

Debido al interés en difundir la idea de incorporar el presupuesto fiscal a los modelos macroeconómicos simples, procuraremos facilitar la interpretación del modelo de Christ presentando, en la sección siguiente, una exposición geométrica de los resultados de corto y largo plazo del modelo, haciendo uso de

[1] M. Bailey, *National Income and the Price Level* (Mc Graw Hill Co., New York, 1962). Especialmente, sección 12 del cap. III. T. Dernburg y D. Mc Dougall, *Macroeconomics* (Mc Graw Hill Co., New York, 1960), cap. 7.

Algunos autores, sin embargo, incorporaron explícitamente la restricción presupuestaria del Gobierno. Por ejemplo: D. Ott y A. Ott, "Budget Balance and Equilibrium Income", *J. Finance,* XX (March 1965), y L. S. Ritter, "Some Monetary Aspects of Multiplier Theory and Fiscal Policy", *Rev. Econ. Studies* XXXII, Nº 61 (1955-56).

[2] Carl Christ, "A Simple Macroeconomic Model with a Government Budget Restraint", *J. P. E.,* vol. 76, Nº 1, January-February 1968.

un procedimiento que ha sido provechosamente utilizado en el análisis de otros problemas dinámicos [3].

II. Un modelo simple con presupuesto fiscal [4]

Sean:

(1) $X = e + g$, la definición de ingreso real, donde e representa el gasto privado real y g el gasto real del Gobierno.

(2) $t = uX$, la ecuación impositiva, donde u es la tasa de impuesto y t la recaudación real.

(3) $Y = X - t$, la definición de ingreso disponible.

(4) $H/P = \lambda_x X + \lambda_r r + \lambda_0$, la demanda real por dinero de alto poder o base monetaria.

(5) $e = e_y Y + e_r r + e_0$, la ecuación del gasto privado real, donde r es la tasa de interés real y e_0 un componente autónomo del gasto.

(6) $g = t + \Delta H/P$, es el presupuesto fiscal, donde $\Delta H/P = (H/P) - (H_{-1}/P)$. (Naturalmente, H_{-1} indica la base monetaria nominal del período anterior).

Las ecuaciones (4) y (5) se suponen lineales por simplicidad. Además, $0 < e_y < 1$, $e_r < 0$, $\lambda_x > 0$, $-\infty < \lambda_r < 0$, $0 < u < 1$ y P se supone constante. De las ecuaciones (1) a (6) se obtiene:

$$(7) \qquad X = \frac{(1+e_r/\lambda_r)g + H_{-1}\,e_r/P\lambda_r + e_0 - \lambda_0\,e_r/\lambda_r}{1 - e_y(1-u) + (\lambda_x + u)\,e_r/\lambda_r}$$

$$\equiv \frac{(1+e_r/\lambda_r)g + H_{-1}\,e_r/P\lambda_r + e_0 - \lambda_0\,e_r/\lambda_r}{B}$$

La ecuación (7) puede interpretarse como la resultante de la intersección de la función IS con la LM, y por lo tanto, indica los valores de las variables y

[3] O. H. Schenone, "Long Run Tax Neutrality in a Constant-Saving-Ratio Model", *Public Finance/Finances Publiques*, vol. XXIX, Nº 1, 1974.

[4] Este es el modelo de Carl Christ, *op. cit.*

de los parámetros que equilibran todos los mercados del modelo. Luego, diremos que (7) es la condición de equilibrio a corto plazo, o equilibrio (posiblemente cambiante a lo largo del tiempo) de todos los mercados. Es decir, (7) representa equilibrio *en cada punto del tiempo.* Sea:

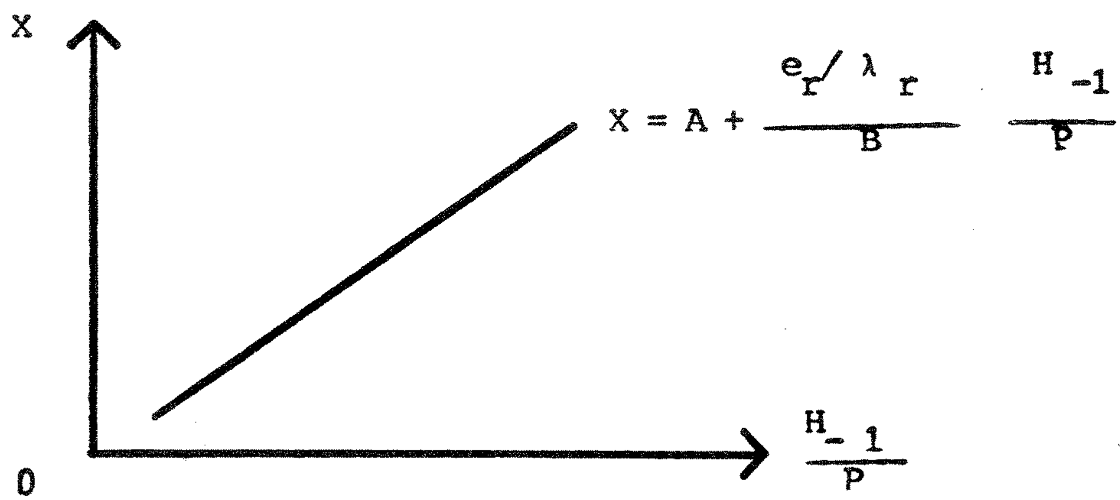
$$\frac{(1+e_r/\lambda_r)g + e_0 - \lambda_0 e_r/\lambda_r}{B} \equiv A,$$

por lo tanto,

$$X = A + \frac{e_r/\lambda_r}{B} \; \frac{H_{-1}}{P}$$

es la recta de la figura 1, que indica los pares $(X, H_{-1}/P)$ que equilibran la economía en todo punto del tiempo para valores dados de g, u, e_0 y λ_0.

GRÁFICO 1



Derivando (7) con respecto a g, u, e_0 o λ_0, obtenemos el efecto *de corto plazo* de cambios en estos parámetros, los que se visualizan como desplazamientos verticales de la recta del gráfico 1 [5].

¿Por qué afirmamos que (7) es la condición de equilibrio de *corto plazo*? [6]. Análogamente, ¿por qué los desplazamientos verticales de la recta del gráfico 1, indican los efectos *de corto plazo* de cambios en los parámetros? ¿Es verdad que existen otros efectos, que pudiéramos denominar "de largo plazo"?

[5] Debido a la linealidad de las ecuaciones (4) y (5), dichos desplazamientos no alteran la pendiente de la función.

[6] Es decir, ¿por qué afirmamos que (7) es condición de equilibrio en un punto del tiempo, pero no a través del tiempo?

En efecto, lo que el desplazamiento vertical de

$$X = A + \frac{e_r/\lambda_r}{B} \; \frac{H_{-1}}{P}$$

nos está indicando, es el cambio en X debido al cambio del parámetro en consideración *para un valor constante de* H_{-1}/P, lo cual es obviamente correcto en el período en que varía nuestro parámetro (H_{-1} está dado y ya no puede variar por nada que suceda en este período). Sin embargo, H_{-1}/P no permanecerá constante *al período siguiente*, ya que H_{-1}/P del período siguiente será H/P del período en que varió el parámetro, y H/P de dicho período habrá variado según lo haya requerido el cumplimiento de la ecuación (6).

De esta manera, los cambios de un parámetro en un período provocarán cambios en H_{-1}/P correspondientes a períodos futuros, que a su vez habrán de afectar X en esos períodos. El efecto total, o de largo plazo, se habrá producido una vez que H/P haya alcanzado un nuevo valor, en el cual vuelva a permanecer constante, *ceteris paribus*. La existencia de tal valor está asegurada por las condiciones de convergencia.

$$0 < e_y < 1, \; e_r < 0, \; -\infty < \lambda_r < 0, \; \lambda_x > 0, \; 0 < u < 1.$$

Por lo tanto, la condición de equilibrio a través del tiempo es

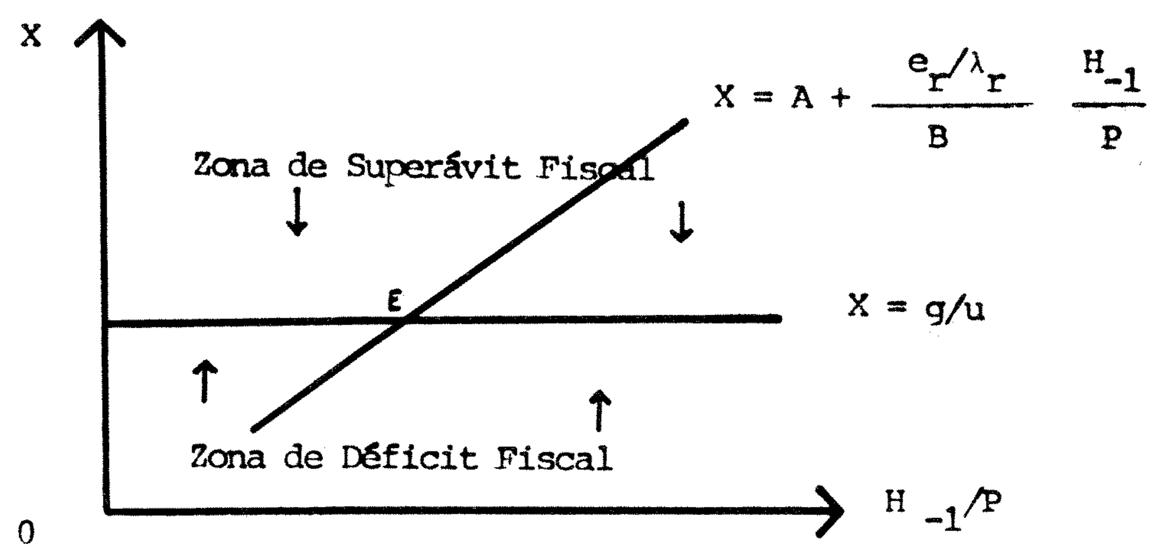
$$\Delta H/P = 0,$$

la cual, junto con (6), implica

(8) $X = g/u$

La ecuación (8) se representa, junto con (7), como una recta horizontal en el gráfico 2.

Gráfico 2



La ecuación (8) representa los pares $(X, H_{-1}/P)$ que mantienen $\Delta H/P = 0$. Sólo en el punto E se verifica que todos los mercados están en equilibrio, y además $\Delta H/P = 0$. Por lo tanto, el punto E caracteriza una situación de equilibrio a largo plazo, ya que se trata de un equilibrio en cada punto del tiempo y también a través del tiempo.

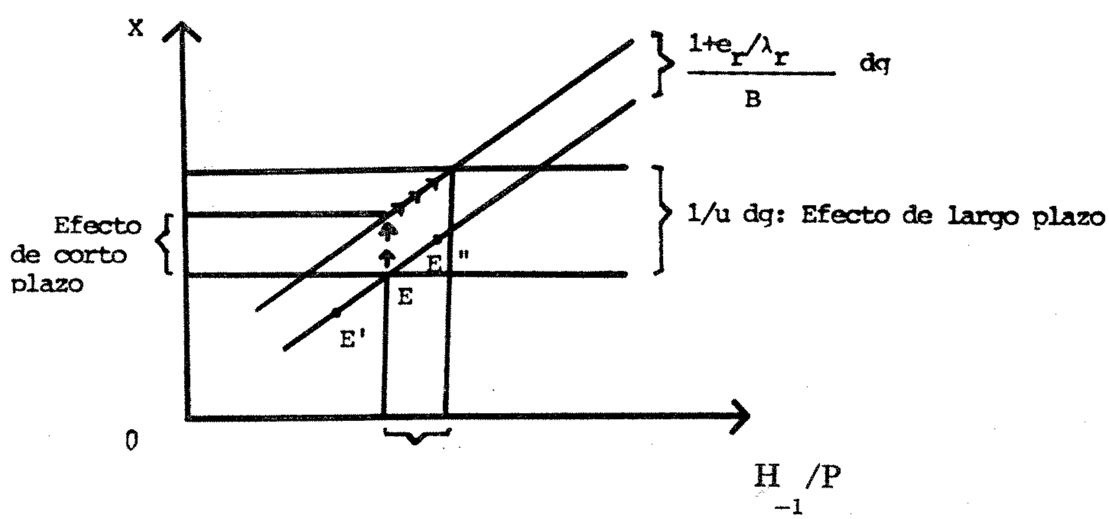
Este sencillo artificio geométrico, evita la necesidad de resolver ecuaciones en diferencia y permite observar gráficamente la solución del modelo. Supongamos un aumento de g, financiado por emisión: calculando dX/dg de (7) y de (8) se obtiene:

$$\left.\frac{dX}{dg}\right|_{(7)} = \frac{1 + e_r/\lambda_r}{B}$$

$$\left.\frac{dX}{dg}\right|_{(8)} = 1/u$$

Gráficamente:

GRÁFICO 3



$$\frac{dH}{P} = \frac{(1-e_y)\ (1-u) + \lambda_x e_r/\lambda_r}{u\ e_r/\lambda_r}\ dg$$

La trayectoria indicada por flechas es la seguida por las variables X y H/P hasta alcanzar el equilibrio de largo plazo[7]. Aquí estamos suponiendo que los mercados están en equilibrio en cada punto del tiempo. Este es el supuesto explícitamente adoptado por D. Foley y M. Sidrauski[8]. Una aplicación pionera de este método de economía dinámica es el trabajo de Lindahl en 1929/30, publicado en inglés una década más tarde[9]. Debido al supuesto de equilibrio en cada punto del tiempo, este método ha sido denominado por J. R. Hicks, "método del equilibrio temporario"[10].

El cambio en el valor real de la base monetaria se obtiene, por supuesto, al calcular[11]:

$$\frac{dH}{P} = \frac{\dfrac{1}{u} - \dfrac{1+e_r/\lambda_r}{B}}{e_r/B\lambda_r} = \frac{(1-e_y)\,(1-u) + \lambda_x\, e_r/\lambda_r}{u e_r/\lambda_r}$$

De un modo análogo pueden examinarse los efectos de cambios en otros parámetros (u, e_0, λ_0, H), haciendo uso del mismo procedimiento que —para resumir— consiste en obtener: (1) las ecuaciones del equilibrio en cada punto del tiempo (el cual, en general, será un equilibrio cambiante a lo largo del tiempo), y (2) las ecuaciones del equilibrio a lo largo del tiempo, que indican las condiciones bajo las cuales el equilibrio móvil alcanza su posición final. Los valores de las variables que satisfacen las ecuaciones indicadas en (1) son los valores de equilibrio momentáneo o de corto plazo, y los que satisfacen simultáneamente los conjuntos de ecuaciones (1) y (2) son los valores de equilibrio de largo plazo.

[7] Hemos dibujado el gráfico 3 como si al momento de producirse el cambio en g, la economía hubiera estado en equilibrio de largo plazo. Si hubiera estado *moviéndose hacia* el equilibrio de largo plazo, entonces el punto de partida no hubiera sido E, sino cualquier otro punto a lo largo de la recta con pendiente positiva en el gráfico 3, como por ejemplo, E' o E".

[8] D. Foley y M. Sidrauski, *Monetary and Fiscal Policy in a Growing Economy* (Macmillan Co., London, 1971). Ver cap. 1, sección 1-2.

[9] E. Lindahl, *Studies in the Theory of Money and Capital* (G. Allen & Unwin Ltd., London, 1939).

[10] J. R. Hicks, *Capital and Growth* (Oxford University Press, Oxford, 1965). Ver cap. VI.

[11] Dadas dos funciones cualesquiera, $y = \alpha + \beta x$, $y = \gamma + \delta x$, cuya solución es el par (y_0, x_0), el cambio en x_0 debido a cambios en α y γ, es

$$\Delta x = \frac{\Delta\alpha - \Delta\gamma}{\delta - \beta}$$

REFERENCIAS

G. Ackley, *Macroeconomic Theory* (Macmillan Co., London, 1961).

M. Bailey, *National Income and the Price Level* (Mc Grow Hill Co., New York, 1965).

C. Christ, "A Simple Macroeconomic Model with a Government Budget Restraint", *J. P. E.*, vol. 76, Nº 1, January-February 1968.

T. Dernburg y D. Mc Dougall, *Macroeconomics* (Mc Graw Hill Co., New York, 1960).

D. Foley y M. Sidrauski, *Monetary and Fiscal Policy in a Growing Economy* (Macmillan Co., London, 1971).

J. R. Hicks, *Capital and Growth* (Oxford University Press, Oxford, 1965).

E. Lindahl, *Studies in the Theory of Money and Capital* (G. Allen and Unwin Ltd., London, 1939).

D. Ott y A. Ott, "Budget Balance and Equilibrium Income". *J. Finance,* vol. XX, March 1965.

L. S. Ritter, "Some Monetary Aspects of Multiplier Theory and Fiscal Policy". *R. E. S.*, vol. XXXII, Nº 61, 1955-56.

O. H. Schenone, "Long Run Tax Neutrality in a Constant-Saving Ratio Model". *Public Finance,* vol. XXIX, Nº 1, 1974.