

I N S T I T U T O D E E C O N O M Í A



T E S I S d e M A G Í S T E R

2005

Evaluación de la Sostenibilidad Fiscal en Costa Rica: Un Enfoque Estocástico

Karol Fernández Delgado.

www.economia.puc.cl

Pontificia Universidad Católica de Chile

Instituto de Economía

Programa Magíster en Economía

Mención en Macroeconomía



PROYECTO DE TESIS

***“Evaluación de la sostenibilidad fiscal en Costa Rica:
un enfoque estocástico”***

Presentado por

Karol Fernández Delgado

Comisión evaluadora:

Sebastián Claro

Miguel Fuentes

Luis Felipe Lagos

Santiago de Chile, 12 de diciembre de 2005

RESUMEN EJECUTIVO

Esta investigación aplica la metodología propuesta por el FMI (2003b) para analizar la sostenibilidad fiscal del gobierno central de Costa Rica. Además, se hace uso de la definición de “natural debt limit” propuesta por Mendoza y Oviedo (2003), con el objetivo de determinar el punto crítico del ratio deuda/PIB a partir del cual no es seguro que el gobierno sea capaz de servir la totalidad de su deuda.

El nivel actual de endeudamiento del gobierno central es de 47% del PIB, cifra muy cercana a su “natural debt limit” (49% del PIB). Dadas las condiciones iniciales de Costa Rica, los resultados de las simulaciones muestran que en un plazo relativamente corto (5 años), el gobierno central tiene un 65% de probabilidades de no estar en capacidad de pagar la totalidad de su servicio de deuda. Estos resultados deberían servir como un punto de partida para que las autoridades económicas del país tomen las medidas fiscales pertinentes.

TABLA DE CONTENIDOS

1	INTRODUCCIÓN	2
2	ALGUNOS ANTECEDENTES	4
3	REVISIÓN DE LITERATURA	8
3.1	Enfoque tradicional	8
3.1.1	<i>Métodos de largo plazo</i>	9
3.1.2	<i>Métodos intertemporales</i>	9
3.2	Enfoque estocástico.....	10
3.2.1	<i>Método value at risk (VaR)</i>	11
3.2.2	<i>Metodología de vectores autorregresivos (VAR)</i>	11
3.2.3	<i>Modelo de Mendoza y Oviedo</i>	12
3.3	Estudios para Costa Rica.....	13
4	METODOLOGÍA Y DATOS	16
4.1	Metodología	16
4.2	Datos.....	19
5	RESULTADOS	20
6	CONCLUSIONES	26
7	BIBLIOGRAFÍA	27
8	APÉNDICE:	29
8.1	Derivación de la ecuación de acumulación de deuda.....	29
9	ANEXOS	31

1 INTRODUCCIÓN

El objetivo de la presente investigación consiste en evaluar la sostenibilidad de la deuda del gobierno central de Costa Rica en un horizonte de 5 años, haciendo uso de un enfoque estocástico. En el 2002 la deuda total del gobierno central de Costa Rica representaba un 43% del PIB. Este alto nivel de endeudamiento, pero sobretodo su rápida velocidad de crecimiento, ha llamado la atención tanto de las autoridades económicas nacionales como de organismos internacionales (especialmente el FMI).

En abril de 2003, un informe del Fondo Monetario Internacional (FMI)¹ sobre la estabilidad del sistema financiero costarricense, sorprendió a las autoridades económicas costarricenses. En dicho informe se hacía hincapié en la vulnerabilidad de la economía costarricense debido al alto déficit fiscal del país, particularmente señalaban los efectos del desbalance fiscal sobre la sostenibilidad del déficit de la cuenta corriente.

En su último informe sobre la situación económica de Costa Rica², el FMI puntualiza que el excesivo endeudamiento público continúa siendo el factor de mayor vulnerabilidad en la economía costarricense; además, puntualiza la falta de implementación de políticas fiscales para frenar este alto endeudamiento.

Por todo lo anterior, realizar una investigación sobre la sostenibilidad fiscal costarricense es de gran importancia en el contexto nacional. Resulta particularmente interesante emplear un enfoque estocástico, ya que ello puede provocar una mayor comprensión sobre la verdadera magnitud del problema. Específicamente se hará uso de un modelo de vectores autorregresivos para simular la dinámica de la deuda de los próximos 5 años y poder, así, calcular la probabilidad de que el gobierno sobrepase el nivel de deuda que garantiza el pago de su servicio.

¹ IMF (2003a), “Costa Rica: Financial System Stability Assessment”. IMF Country Report No. 03/103. Abril 2003.

² IMF (2004), “Costa Rica: Staff report”. IMF Country Report No. 04/298.

Para los fines de este estudio se considera que el ratio deuda-producto es insostenible si sobrepasa el umbral que garantiza el pago total del servicio de la deuda, considerando el peor escenario de ingresos fiscales posible con un 95% de confianza y el mayor ajuste del gasto que puede realizar el gobierno central con 95% de confianza. Para Costa Rica tal umbral es de 49% del PIB.

Se encuentra que de mantenerse las condiciones iniciales, la probabilidad de que el gobierno central de Costa Rica sea incapaz de servir la totalidad de su deuda en los próximos 5 años es de 65%, cifra sumamente elevada. Esta alta probabilidad de incurrir en default justificaría la preocupación que ha mostrado el FMI en sus últimos informes sobre la situación económica de Costa Rica.

En lo que sigue el documento se estructura de la siguiente manera. La sección dos presenta un análisis de la situación fiscal costarricense de los últimos años. En la tercera sección se incluye la revisión de la literatura sobre el tema de sostenibilidad fiscal, haciendo énfasis en los modelos estocásticos. La cuarta sección detalla la metodología y los datos empleados en el análisis. En la quinta sección se presentan los resultados de la investigación con un análisis exhaustivo de los mismos. Finalmente, la sexta sección recoge las conclusiones y posibles recomendaciones.

2 ALGUNOS ANTECEDENTES

Como ya se mencionó, el rápido crecimiento del endeudamiento público constituye una de las principales vulnerabilidades de la economía costarricense. El gráfico #1 muestra el comportamiento de la deuda total del gobierno central desde 1970 hasta 2002. Puede notarse que en 1990 la deuda era cercana al 20% del PIB, mientras que en 2002 alcanzaba el 43% del PIB, es decir, en 12 años gobierno central duplicó su deuda. Cabe destacar que la caída experimentada por el ratio deuda/producto durante los ochenta se debió a que Costa Rica, al igual que otros países de América Latina, experimentó una crisis de deuda externa, lo que frenó las posibilidades de adquirir deuda nueva.

GRÁFICO #1

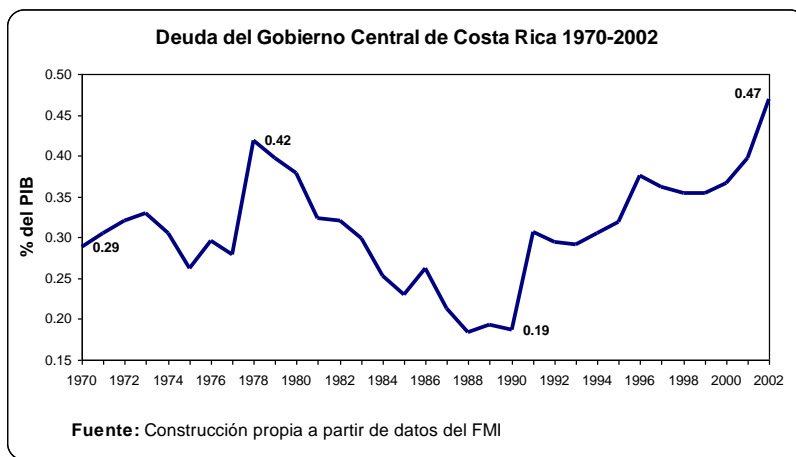
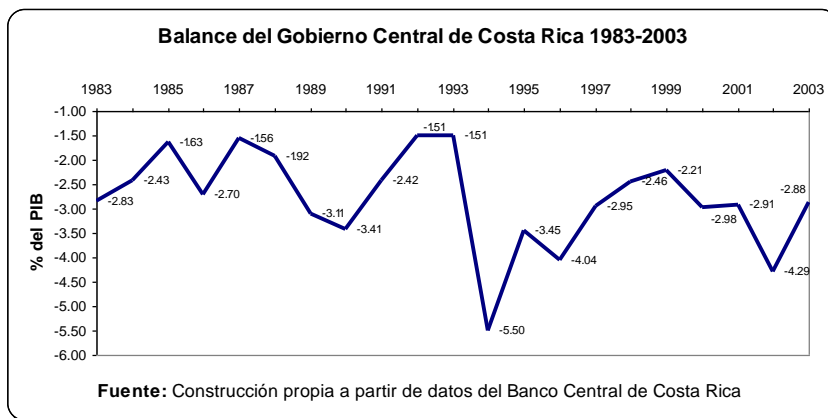
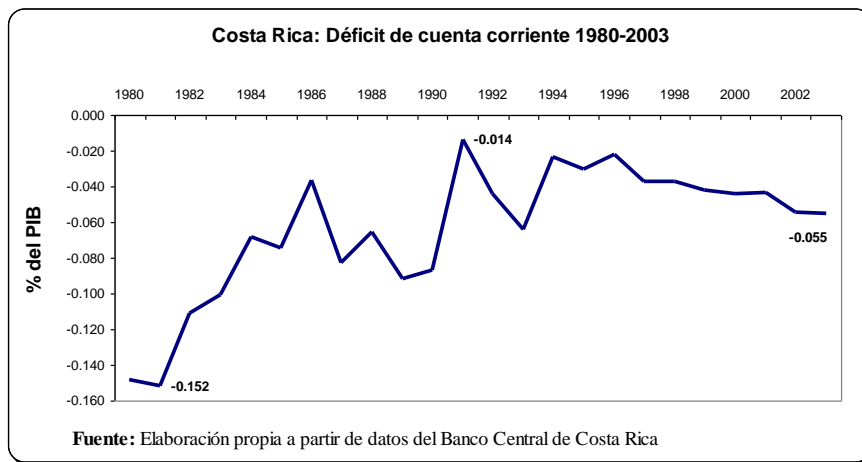


GRÁFICO #2



La deuda viene creciendo principalmente por falta de disciplina fiscal, pues los ingresos del gobierno central no son suficientes para cubrir sus gastos. El gráfico #2 presenta el balance fiscal del gobierno central como porcentaje del PIB (el signo negativo indica déficit). Hay que señalar que el gran déficit ocurrido durante 1994 (5.5% del PIB) se debió a la quiebra de un banco estatal, cuyas pérdidas fueron asumidas por el fisco. El FMI ha sido enfático en las posibles consecuencias adversas de este alto déficit fiscal sobre la estabilidad macroeconómica costarricense. Particularmente, apunta sus efectos sobre el déficit de cuenta corriente, que en 2002 era un 5.5% del PIB (ver gráfico #3).

GRÁFICO #3

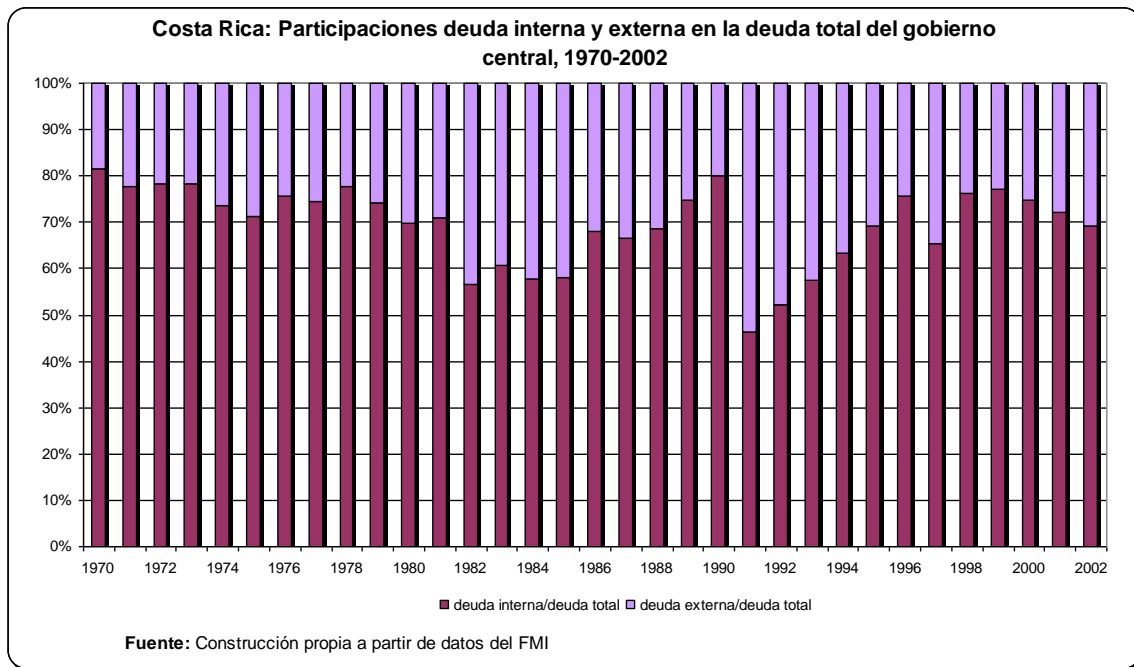


El gobierno central contrae obligaciones de deuda tanto interna como externamente. La deuda interna está denominada, mayoritariamente, en moneda nacional, aunque también existen instrumentos en moneda extranjera (US\$). Los instrumentos cero cupón de corto plazo en colones son la principal forma de financiamiento interno del gobierno. En 2003 y 2004 representaban el 62% y el 58% del financiamiento interno total del gobierno, respectivamente.

La deuda externa está casi totalmente denominada en dólares estadounidenses (hay una fracción menor al 10% denominada en euros). La composición de la deuda está caracterizada por una preponderancia de la deuda interna sobre la externa, en 2002 la deuda interna era cerca del 70% de la deuda total del gobierno central (ver gráfico #4).

Durante 2003 y 2004 el gobierno central realizó varias emisiones de deuda externa. En 2003 se colocaron US\$450 millones en el mercado internacional, la colocación se hizo mediante dos series. La primera de ellas, de US\$200 millones, se emitió a 5 años plazo y con un rendimiento de 6.91% (anual con cupón cada seis meses); estos recursos fueron empleados para cancelar títulos emitidos a 5 años plazo en 1998. La segunda emisión fue de US\$250 millones a 10 años plazo y con un rendimiento de 8.05% (anual con cupón cada seis meses), que se destinó al pago de deudas cuasifiscales del gobierno central con el Banco Central de Costa Rica (BCCR). En 2004 fueron emitidos instrumentos de deuda por US\$250 millones a 10 años plazo, por los cuales se reconoce un cupón semestral con tasa anualizada del 6,55%; dichos fondos también se destinaron a cubrir las deudas cuasifiscales con el ente emisor.

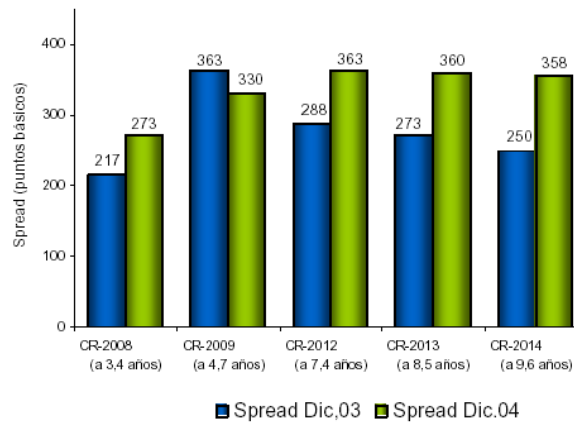
GRÁFICO #4



Los mercados internacionales han calificado como riesgosa la situación fiscal costarricense. Durante 2004 el *spread* de riesgo soberano (margen sobre los bonos del Tesoro de Estados Unidos a 10 años) subió entre 56 y 108 puntos base (p.b.) para la mayor parte de los títulos. En los bonos a 5 años el *spread* pasó de 217 a 273 p.b., mientras que el de los bonos a 10 años subió de 250 a 358 p.b. (ver gráfico #5). Según el BCCR (2005) ello obedece a los atrasos

en la aprobación del Plan Fiscal³ por parte de la Asamblea Legislativa, que a la fecha continúa sin ser aprobado. En agosto de 2005, la calificadora *Fitch Ratings* mantuvo la calificación de riesgo a Costa Rica en “BB”, con una perspectiva negativa.

GRÁFICO #5 Spread de los bonos soberanos costarricenses 2003-2004



Fuente: BCCR, Boletín Financiero 2004

Al comparar el *spread* soberano en 2004 de los bonos costarricenses a largo plazo (alrededor de 360 p.b.) con el de una economía fiscalmente sólida como la chilena (83 p.b. según datos del EMBI⁴ Chile), se observa que los mercados internacionales consideran a Costa Rica una economía mucho más riesgosa que la chilena. Obviamente esta situación puede ser justificada por el mejor manejo de las políticas macroeconómicas que Chile ha venido implementando. Sin embargo, al comparar el premio por riesgo de Costa Rica con el promedio de América Latina (527 p.b. según datos del EMBI América Latina).

³ En 2003 el Ejecutivo envió a la Asamblea Legislativa un proyecto de ley para ejecutar una reforma fiscal en Costa Rica, conocido como el Plan Fiscal. Este plan tiene el objetivo de reducir el déficit fiscal mediante el incremento de los ingresos fiscales. Dentro de las medidas contempladas en el Plan está la sustitución del impuesto de ventas por el impuesto al valor agregado, el incremento de impuestos a licores y cigarrillos, impuestos a casinos y agencias de apuestas, entre otros.

⁴ Emerging Markets Bond Index (EMBI) es calculado por JP Morgan para ciertos países de Latinoamérica que se considera tienen mayor participación en el mercado internacional.

3 REVISIÓN DE LITERATURA

Una de las principales inquietudes en la discusión de política fiscal es determinar si el stock de deuda pública es *sostenible*, en el sentido de que sea consistente con las condiciones de solvencia, es decir, la igualdad entre el valor presente de ingresos y gastos totales del gobierno.

La literatura existente sobre sostenibilidad fiscal es muy amplia y cuenta con variados enfoques. Sin embargo, se puede dividir en dos grupos. Primero, el enfoque tradicional que se basa en un análisis de solvencia; dentro de este enfoque existen dos metodologías alternativas: los modelos de largo plazo y los modelos intertemporales. Segundo, un enfoque estocástico, que toma en consideración la volatilidad de las principales variables macroeconómicas involucradas en la restricción presupuestaria del gobierno.

3.1 Enfoque tradicional

A continuación se revisan brevemente las principales características de los modelos contenidos en el enfoque tradicional, sin embargo, no se pretende profundizar en ellos. Para una mayor comprensión de los mismos se recomienda revisar a Chalk y Hemming (2000), quienes hacen una recopilación exhaustiva sobre los trabajos realizados bajo este enfoque.

El punto de partida de todos los métodos para calcular la sostenibilidad del ratio deuda/producto es la restricción presupuestaria del gobierno. En un país en que el producto crece a una tasa exógena γ de largo plazo, la restricción presupuestaria del gobierno puede escribirse de la siguiente forma⁵:

$$d_t = (1 + r_t - \gamma_t)d_{t-1} - (t_t - g_t) \quad (1)$$

donde, d_{t+1} es el ratio de la deuda pública emitida en t con fecha de maduración en $t+1$ como porcentaje del producto (nominal) en $t+1$, d_t es el ratio de deuda madura como porcentaje del producto en t , r_t es la tasa de interés real de la deuda pública, t_t es el ratio de ingreso público total al producto (nominal) y g_t representa el ratio de gastos fiscales excluyendo pago de intereses

⁵ Ver demostración en el apéndice.

respecto al producto (nominal). De modo que $t_t - g_t$ es el superávit fiscal primario como porcentaje del producto (nominal).

3.1.1 *Métodos de largo plazo*

El enfoque de largo plazo se basa en un escenario de estado estacionario, con predicción perfecta. La restricción presupuestaria del gobierno se transforma de una identidad contable, a una ecuación que asocia el balance primario de estado estacionario con un ratio de deuda-producto sostenible, que se mantiene constante a través del tiempo. En este enfoque destacan los trabajos de Buitier (1985) y Blanchard (1990).

Si el nivel de deuda se mantiene constante a través del tiempo, o sea, $d_{t+1} = d_t$, lo mismo que las demás variables incluidas en la ecuación (1), ésta puede describirse como:

$$d = \frac{t - g}{r - \gamma} \quad (2)$$

donde d es el ratio deuda-producto de largo plazo, t y g las participaciones del ingreso y gasto presente en el producto de largo plazo, r es la tasa de interés de estado estacionario y γ la tasa de crecimiento del producto de estado estacionario.

De modo que si el ratio deuda/producto satisface la condición (2) se considera como sostenible a largo plazo. Este tipo de métodos sólo buscan mantener constante el nivel de deuda a través del tiempo, sin importar cuál sea ese nivel (puede ser extremadamente alto). Asimismo, los métodos de largo plazo fallan al ignorar que el “largo plazo” es una mera construcción teórica.

3.1.2 *Métodos intertemporales*

Estos modelos se basan en el análisis de las propiedades de series de tiempo del balance fiscal, en muchos estudios se emplean tests de estacionariedad para verificar la sostenibilidad fiscal. Hamilton y Flavin (1986), tratan de verificar el cumplimiento de la hipótesis de ausencia de juegos de Ponzi. Dicha condición establece que en cualquier período t , el valor descontado del stock de deuda pública en $t+1$ períodos futuros debe ser igual a cero, conforme j tienda a infinito:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{d_{t+1+j}}{\prod_{k=0}^j R_{t+k}} = 0 \quad (3a)$$

donde $R_{t+j} = 1 + r_t - \gamma_t$. En el caso en que R_t sea igual en todos los períodos, que es precisamente el caso que evalúan los autores, la expresión (3a) puede describirse como:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{(1 + \gamma)d_{t+1+j}}{R^j} = 0 \quad (3b)$$

En otras palabras, el ratio deuda/producto no puede crecer más rápido que la tasa de crecimiento ajustada por la tasa de interés de largo plazo. Si se cumple la condición (3b), necesariamente se satisface la ecuación (1), lo que implica que el balance fiscal primario es igual al valor presente del stock de deuda existente, de modo que la deuda pública es sostenible.

Bohn (1998) ofrece una interpretación alternativa a los métodos intertemporales, que consiste en verificar si el balance primario responde positivamente a incrementos en la deuda pública. Si el balance primario (como porcentaje del producto) y el ratio deuda-producto son estacionarios, entonces la siguiente regresión puede ser utilizada para probar sostenibilidad:

$$s_t = \rho b_t + \alpha Z_t + \varepsilon_t \quad (4)$$

donde s_t es el ratio del balance fiscal primario sobre el PIB, b_t es el ratio deuda-producto, Z_t es un vector de determinantes del balance primario y ε_t es un error ruido blanco.

Para verificar que la deuda es sostenible, se debe probar la hipótesis que $\rho > 0$, lo que indica que el balance primario tiene una respuesta positiva ante un incremento en la deuda. Esto es suficiente (pero no necesario) para garantizar que la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno se satisface.

3.2 Enfoque estocástico

A pesar de la fácil implementación de tests para verificar sostenibilidad bajo el enfoque tradicional, tienen el problema de que no toman en consideración la incertidumbre asociada a las

diferentes variables macroeconómicas utilizadas. Como una alternativa al enfoque tradicional, recientemente, distintos autores han elaborado modelos estocásticos de sostenibilidad, los cuales incluyen explícitamente la volatilidad de las variables macroeconómicas. Destacan tres metodologías distintas: (i) el método financiero *value at risk*; (ii) método de vectores autorregresivos; (iii) modelo de Mendoza y Oviedo.

3.2.1 *Método value at risk (VaR)*

Barnhill y Kopits (2003) incorporan la incertidumbre mediante la adaptación del método financiero *value at risk* (VaR) a los instrumentos de deuda emitidos por el gobierno. El objetivo de su trabajo consiste en estimar la probabilidad de que la riqueza neta del gobierno sea negativa, la cual es interpretada como la probabilidad de que el gobierno caiga en default. No obstante, los autores no logran justificar satisfactoriamente la relación que existe entre riqueza neta del gobierno y probabilidad de default.

3.2.2 *Metodología de vectores autorregresivos (VAR)*

El trabajo del FMI (2003b) desarrolla un modelo de proyección de las principales variables que afectan la deuda pública, e.g. tasa de crecimiento del producto, la tasa de interés real, el tipo de cambio real, esto con el objetivo de construir una función de distribución de probabilidades del ratio deuda-producto.

Se propone construir un modelo de vectores autorregresivos (VAR) que incorpore las variables macroeconómicas antes mencionadas, de modo que puedan emplearse los coeficientes estimados y la descomposición de Cholesky de la varianza de los residuos, para realizar simulaciones de cada una de las variables incluidas. Una vez obtenidas las distintas trayectorias de las variables macro, pueden simularse distintas trayectorias del ratio deuda/producto, y con ellas construir su función de distribución de probabilidades, que permita calcular la probabilidad de que el ratio deuda/PIB sobrepase un determinado umbral.

Esta metodología ha sido empleada por Garcia y Rigobon (2004) y Lewis (2004) para evaluar la sostenibilidad de la deuda pública en Brasil y Jamaica, respectivamente.

3.2.3 Modelo de Mendoza y Oviedo

Estos autores construyen un ratio deuda/producto, bajo el cual es creíble el compromiso de repagar la deuda por parte del gobierno. El procedimiento es similar al realizado en los métodos de largo plazo; no obstante, se diferencia en que toman en consideración la volatilidad del ingreso y el gasto fiscal. Además suponen que el producto sigue una tendencia determinística, es decir que crece a una tasa constante y exógena γ , y que la tasa de interés real (r) es constante.

Como el gobierno quiere evitar un colapso de sus gastos, sólo adquirirá un nivel de deuda que pueda pagar ante un estado de crisis fiscal. *Un estado de crisis fiscal se define como la situación en que ocurre una secuencia lo suficientemente larga de la peor realización de ingresos fiscales con un 95% de confianza y después de que el gasto fiscal se ajusta a su nivel mínimo tolerable con un 95% de confianza.* Este límite superior de deuda es llamado *natural debt limit (NDL)*. El NDL implica que el gobierno mantiene su capacidad de pagar el servicio de la deuda aún bajo un estado de crisis fiscal.

Definiendo el nivel de ingresos fiscales (como porcentaje del PIB) en un estado de crisis como t^{\min} y el mínimo ratio de gasto-producto que el gobierno puede alcanzar como g^{\min} (con $g^{\min} < t^{\min}$), entonces puede expresarse el NDL de la siguiente manera:

$$d_{t+1} \leq d^* = \frac{t^{\min} - g^{\min}}{r - \gamma} \quad (8)$$

El NDL indica el nivel de deuda que el gobierno siempre puede pagar, aún en el estado de "crisis fiscal" antes definido. La deuda en el modelo es un bono de un período, de modo que cuando se dice *poder pagarla*, en realidad se refiere a pagar sólo los intereses período a período, pues es posible hacer un *roll over* al stock de deuda por el mismo monto. Si el nivel de endeudamiento público sobrepasa el NDL, el gobierno está exponiéndose a que si enfrenta una secuencia suficientemente larga de bajos ingresos fiscales, no tendrá forma de pagar.

Un gobierno que deja de pagar, aunque sea un 1% de un bono, es considerado por los mercados internacionales como en default por el 100% del bono. Por ello una deuda superior a d^* implica insostenibilidad fiscal, en el sentido de que no es seguro que el gobierno pueda pagar la totalidad de su servicio de deuda.

Una vez encontrado el NDL y mediante el uso de cadenas de Markov, simulan distintas trayectorias para el stock de deuda pública y calculan la probabilidad de que la deuda sobrepase el “límite”. Si la deuda sobrepasa el NDL con una probabilidad alta, i.e. superior al 50%, se dice que la deuda es insostenible a largo plazo. Una de las debilidades del modelo es que no deja claro el procedimiento que debe seguirse para hacer las simulaciones empleando las cadenas de Markov, lo cual dificulta replicarlo.

Mendoza y Oviedo (2004) emplean su modelo para analizar la sostenibilidad de la deuda pública mexicana, mientras que Díaz-Alvarado, Izquierdo y Panizza (2004) revisan el caso de Ecuador.

3.3 Estudios para Costa Rica

En Costa Rica, hasta donde llega mi conocimiento, el Banco Central ha realizado cuatro investigaciones sobre la deuda pública. De estos estudios dos se enfocan en determinar los componentes estructurales o discrecionales del déficit público, sin discutir el tema de su sostenibilidad (Azofeifa y Rojas (2000) y Durán y Méndez (1995)).

Rojas y Sáenz (2003) proyectan el comportamiento de la posición financiera neta del sector público global (SPG) y sus componentes para el período 2004 a 2010. Concluyen que la razón deuda neta a PIB se mantiene relativamente estable durante todo el período proyectado. Hoffmaister et al. (2001) analizan la solvencia del SPG haciendo uso de los modelos de largo plazo y encuentran que el panorama de solvencia en los próximos años se complica, dado el crecimiento de la deuda y la reducción del superávit primario del SPG de los últimos años.

Como puede apreciarse, ninguno de los estudios hechos en Costa Rica utiliza un modelo estocástico, al menos en lo revisado hasta el momento.

Tabla #1: Principales resultados de estudios empíricos sobre sostenibilidad fiscal

1.Enfoque tradicional	Metodología empleada	Resultados
1.1 Métodos de largo plazo		
Hoffmaister et. al. (2001)	Evalúan la ecuación $b = \frac{t - g}{r - \gamma}$ para distintos valores de superávit primario, tasa real de interés y crecimiento real del producto de largo plazo.	En Costa Rica durante los noventa, la tasa real promedio sobre la deuda pública fue 8.2%, mientras que la deuda del SPG fue de 45%. A esta tasa de interés, y con un superávit de 1% de PIB, la solvencia del sector público requiere una tasa de crecimiento del producto de aproximadamente 4%.
1.2 Métodos intertemporales		
Hamilton y Flavin (1986)	Tratan de verificar el cumplimiento de la hipótesis de ausencia de juegos de Ponzi: $\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{\gamma b_{t+1+j}^g}{(1+r)^j} = 0$	Concluyen que los déficit fiscales de EE.UU para el período de post-guerra son consistentes con una restricción presupuestaria en equilibrio, en términos de valor presente (no hay juego de Ponzi)
Bohn (1998)	Utiliza la regresión $s_t = \rho b_t + \alpha Z_t + \varepsilon_t$ para verificar si el balance primario responde positivamente a incrementos en la deuda pública. Para ello basta que $\rho > 0$.	Encuentra evidencia a favor de que $\rho > 0$ para datos de EE.UU.

Tabla #1 (continuación): Principales resultados de estudios empíricos sobre sostenibilidad fiscal

2. Enfoque estocástico	Metodología empleada	Resultados
2.1 Método <i>value at risk</i>		
Barnhill y Kopits (2003)	Emplean un modelo <i>value at risk</i> para evaluar la probabilidad de que la riqueza fiscal neta sea negativa en la economía ecuatoriana.	En el 2000 Ecuador enfrentaba un alto riesgo de caer en default, siendo las principales fuentes de vulnerabilidad la volatilidad del spread soberano y los precios del petróleo.
2.2 Modelo VAR		
Garcia y Rigobon (2004)	A partir de los coeficientes estimados de un modelo VAR simulan trayectorias para las variables macro relevantes en la acumulación de deuda pública, con ellas simulan distintos niveles de deuda.	La deuda pública brasileña es muy riesgosa. La probabilidad de que en 10 años el ratio deuda-producto sobrepase el 100% es cercana a 50%.
Lewis (2004)	Análogo a la metodología empleada por Garcia y Rigobon (2004).	Jamaica es muy vulnerable a incurrir en default en los próximos 5 años: la probabilidad de que el ratio deuda-producto sea superior a 180% es de 60%.
2.3 Modelo Mendoza y Oviedo		
Mendoza y Oviedo (2004)	Calculan el <i>natural debt limit</i> , que representa el nivel de endeudamiento bajo el cual es creíble el compromiso del gobierno de pagar la totalidad de su servicio de deuda. Usando cadenas de Markov simulan la trayectoria del ratio deuda-producto para calcular la función de distribución de probabilidades.	El <i>natural debt limit</i> de México es 50%. Durante el período 1990-2002, el promedio del ratio deuda-producto fue de 46%, lo cual indicaría que la deuda pública mexicana es sostenible, aunque se aproxima al límite aceptable.
Díaz-Alvarado et al (2004)	Modelo de Mendoza y Oviedo	La sostenibilidad fiscal en Ecuador depende de la capacidad del gobierno de reducir su gasto fiscal en períodos de bajos ingresos. En particular, con una flexibilidad del gasto fiscal de 30%, la deuda es sostenible, pero si la flexibilidad se reduce a un 20%, el nivel actual de deuda es insostenible.

4 METODOLOGÍA Y DATOS

4.1 Metodología

La ecuación (1) se puede describir como⁶:

$$d_t = \frac{(1+i_t)}{(1+\gamma_t)(1+\pi_t)} d_{t-1} - (t - g_t) = \frac{(1+r_t)}{(1+\gamma_t)} d_{t-1} - f_t \quad (5)$$
$$d_t \approx (1+r_t - \gamma_t) d_{t-1} - f_t$$

donde f_t es el superávit primario como proporción del PIB; i_t es la tasa nominal de interés; π_t es la inflación, de modo que el ratio $(1+i_t)/(1+\pi_t)$ corresponde a la tasa de interés real más uno $(1+r_t)$ y $(1+\gamma_t)$ es la tasa bruta de crecimiento real del producto.

La ecuación anterior no toma en consideración el carácter aleatorio de las variables macroeconómicas que contiene. Por tal razón, la metodología que se plantea en el siguiente trabajo pretende incluir la volatilidad de dichas variables. El trabajo utilizará un modelo de vectores autorregresivos (VAR) para analizar la dinámica conjunta de las variables macroeconómicas relevantes. Para ello se sigue el modelo propuesto por FMI (2003b).

El FMI incorpora como variables para la construcción del VAR aquellas incluidas en la ecuación (5), es decir $z_t = \{i_t, \pi_t, \gamma_t, f_t\}$. Estas pueden ser modeladas de la siguiente forma:

$$z_t = \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k z_{t-k} + \sum_{j=1}^J \delta_j x_{t-j} + \varepsilon_t \quad (6)$$

donde x es un vector de variables exógenas y $\varepsilon_t \sim N(0, \Sigma)$ es un vector de shocks aleatorios no correlacionados, es decir $E(\varepsilon_q, \varepsilon_s) = 0 \quad \forall q \neq s$.

Una vez estimados los coeficientes del VAR y la matriz de varianza-covarianza de los residuos (a partir de datos históricos), se puede construir una muestra simulada de z , obtenida de la siguiente manera:

⁶ Ver ecuación (e) del apéndice.

$$z_t = \hat{\beta}_0 + \sum_{k=1}^K \hat{\beta}_k z_{t-k} + \sum_{j=1}^J \hat{\delta}_j x_{t-j} + \eta_t, \quad \text{con } \eta_t = Wv_t \quad (7)$$

donde W es la descomposición de Cholesky de la matriz Σ , tal que $\Sigma = WW'$; v_t es un vector de shocks aleatorios idénticamente distribuidos a partir de una distribución normal estándar, $v_t \sim N(0, I)$. Con los resultados obtenidos se simulan distintas trayectorias para el ratio deuda/PIB.

A diferencia de lo propuesto en FMI (2003b), el modelo VAR que se va desarrollar en el presente trabajo incorpora la depreciación real, esto porque su trayectoria puede afectar en gran medida la evolución de la deuda externa, que es una parte importante del endeudamiento del gobierno central de Costa Rica. Las variables: tasa de interés, crecimiento real, inflación y superávit primario son incluidas pues éstas explican la acumulación de la deuda, según la ecuación (5). Además, se hace necesario agregar una variable que incorpore la desviación de los valores históricos del ratio deuda/PIB con lo predicho por la ecuación (5), ello para darle un mejor ajuste a las simulaciones.

De modo que el modelo VAR a estimar es la siguiente forma:

$$\begin{aligned} X_t &= c + B(L)X_t + \varepsilon_t \\ X_t &= (\tilde{r}_t, \tilde{g}_t, \tilde{f}_t, \tilde{\xi}_t, \tilde{q}_t, \tilde{\pi}_t) \\ \varepsilon_t &\sim N(0, \Sigma) \end{aligned} \quad (8)$$

donde \tilde{r}_t es la tasa de interés nominal, \tilde{g}_t es la tasa de crecimiento real del producto, \tilde{f}_t es el superávit primario como proporción del PIB, $\tilde{\xi}_t$ son las desviaciones del nivel actual de deuda con lo predicho por la ecuación de acumulación de la deuda⁷, \tilde{q}_t es la depreciación real del tipo de cambio y $\tilde{\pi}_t$ es la inflación. La tilda sobre las variables indica su carácter estocástico.

La inclusión de la variable $\tilde{\xi}_t$ se debe a que la ecuación de acumulación de la deuda es solo una forma aproximada de medir el nivel de endeudamiento, pero los datos históricos, muestran que existen desviaciones considerables entre el nivel pronosticado por

⁷ Es decir $\tilde{\xi}_t = d_t - [(1 + \tilde{r}_t - \tilde{g}_t)d_{t-1} - \tilde{f}_t]$

la ecuación (5). Al incluir estos errores en el VAR su dinámica también será tomada en consideración a la hora de simular las distintas trayectorias de la deuda, con lo cual puede mejorarse la calidad de las simulaciones.

Una de las principales ventajas de emplear un modelo VAR es que aún si hay variables que no se incluyen, es posible que el VAR incluya su efecto. Los modelos VAR también permiten estudiar las funciones de impulso respuesta, es decir la respuesta de una variable ante un shock en otra, sin embargo éste no es el objetivo principal de la presente investigación, por lo cual se decide omitirlas.

Una vez estimados los coeficientes del modelo VAR y tomando en consideración la descomposición de Cholesky de la matriz de varianzas-covarianzas, pueden simularse diversas trayectorias de las variables contenidas en X_t , según la ecuación (7).

A partir de estas simulaciones se pueden trazar distintas trayectorias del ratio deuda-producto empleando la ecuación de acumulación de deuda (5). Particularmente, se emplea la siguiente especificación:

$$d_t = (1 + \tilde{r}_t - \tilde{g}_t)d_{t-1} - \tilde{f}_t + \tilde{\xi}_t \quad (9)$$

Con las trayectorias simuladas del ratio deuda/producto se puede estimar la probabilidad de que la deuda sobrepase un cierto umbral en un determinado horizonte de tiempo. Para definir este umbral se usa el *NDL* propuesto por Mendoza y Oviedo (2004).

Recordemos que este nivel de deuda es aquél que garantiza el pago total del servicio de la deuda, en el peor escenario de ingresos fiscal (con un 95% de confianza) t^{\min} , y considerando el mayor ajuste que el gobierno puede hacer de su gasto (con un 95% de confianza) g^{\min} .

$$d^* = \frac{t^{\min} - g^{\min}}{r - \gamma} \quad (10)$$

Asumiendo que los ingresos fiscales siguen una distribución normal, se tiene que $t^{\min} = \bar{t} - 2\sigma$, donde \bar{t} es la media incondicional de los ingresos fiscales y σ su desviación estándar con respecto a la media⁸. Un procedimiento análogo se aplica para definir el ajuste del gasto público (excluyendo el pago de intereses), de modo que $g^{\min} = \bar{g} - 2\sigma$.

Como proxy de la tasa de crecimiento de estado estacionario se emplea el crecimiento real promedio del PIB per cápita durante un período lo suficientemente largo (1961-2000). La tasa de interés real de la deuda pública es una variable difícil de obtener pues los instrumentos de deuda pública suelen tener distintos plazos de vencimiento, están denominados en distintas monedas y existen premios por riesgo cambiario variantes en el tiempo. Como proxy se emplea el promedio de la tasa implícita para el período 1973-2001; la tasa implícita se obtiene a partir del stock anual de deuda y del pago anual de intereses del gobierno central.

4.2 Datos

Los datos necesarios para la estimación del VAR (superávit primario como porcentaje del PIB, tasa de interés nominal, depreciación del tipo de cambio real, inflación, crecimiento real del producto) se obtienen de la base de datos del BCCR. Dado que el modelo VAR tiende a consumir un alto número de grados de libertad, se usan datos sean mensuales para el período 1992:1-2002:12. Para el crecimiento del producto se mensualizan datos trimestrales del PIB, mediante el uso del índice mensual de actividad económica (IMAE). Los datos sobre el stock de deuda mensual y del pago mensual de intereses, se obtienen de la base de datos del FMI (*International Financial Statistics*).

Para calcular d^* se requieren los siguientes datos: ingresos públicos como porcentaje del PIB y gasto fiscal excluyendo el pago de intereses (pueden ocuparse datos anuales), que están disponibles en la base de datos del Banco Mundial (*World Development Indicators*).

⁸ Este valor es aquél en el cual la probabilidad acumulada de la distribución normal es igual a 5%, que en estricto rigor es igual a $\bar{t} - 1.96\sigma$.

5 RESULTADOS

Se parte con el cálculo de d^* para Costa Rica. Para calcular t^{\min} y g^{\min} se emplean datos para ingreso y gasto público, durante el período 1990-2000. Se decide emplear dicho período y no las series completas (1973-2001) por los cambios estructurales que enfrentó la economía costarricense a lo largo de todo el período, especialmente en las variables fiscales. Se obtiene que $t^{\min} = 18.04\%$, mientras que $g^{\min} = 14.83\%$. La tasa de interés implícita promedio para el mismo período es $r \approx 8.5\%$. Para la tasa de crecimiento de estado estacionario se empleó el crecimiento promedio del período 1961-2000, que es igual a 1.83%. De modo que $d^* \approx 49\%$ (véase el cuadro A.1 del anexo para mayor detalle).

Hay que destacar que el cálculo de d^* es sumamente sensible a variaciones de la tasa de interés y la tasa de crecimiento. A modo de ejemplo, supongamos un escenario adverso, donde la tasa de interés se incrementa hasta un 10% y el crecimiento del producto cae a un 1%; bajo este escenario hipotético $d^* \approx 36\%$, es decir, se reduce por mucho el nivel de deuda que el país puede sostener creíblemente. Si por el contrario, se diera un escenario favorable, en que la tasa de interés se reduce a un 6%, mientras que el crecimiento del producto aumenta a 2%, tendríamos que $d^* \approx 80\%$.

Se hace evidente que d^* puede cambiar en forma abrupta ante pequeñas variaciones de la tasa de interés y el crecimiento del producto. Por ello, debe tenerse claro que definir un $d^* \approx 49\%$ es una medida momentánea, en el sentido de que no toma en cuenta posibles variaciones en la trayectoria de la tasa de interés y del producto. A pesar de lo anterior, el FMI en el *World Economic Outlook* de septiembre 2003, recomienda que el nivel de deuda de los países emergentes debe ubicarse entre un rango de 25-50% del PIB, por consiguiente, el d^* calculado para Costa Rica se encuentra entre los límites sugeridos.

El d^* calculado implica que Costa Rica puede sostener, creíblemente, una deuda máxima equivalente al 49% de su PIB, un mayor endeudamiento no garantizaría que el país pueda pagar la totalidad de su servicio de deuda. A diciembre 2002 (última cifra de la

muestra) la deuda del gobierno central era 47% del PIB, luego ya en ese momento Costa Rica estaba próximo a cruzar el umbral de deuda sostenible.

Para calcular la probabilidad de que en un horizonte cercano, e.g. 5 años, Costa Rica sobrepase este nivel límite de deuda, se procede a estimar el VAR y a partir de los resultados simular las distintas trayectorias del ratio deuda/producto.

Tras la realización del test de razón de verosimilitud se encuentra que debería incluirse solamente un rezago en la estimación del VAR. Sin embargo, *este test no necesariamente es óptimo en términos de poder* (Soto; 2004). Por tal razón, se decide emplear 6 rezagos (un semestre), pues generalmente las variables macroeconómicas tienen un efecto retardado. Adicionalmente, se calcula el VAR con 12 rezagos (es decir un año) para evaluar la robustez de las estimaciones.

Una vez estimado el VAR, se calcula la matriz de varianza y covarianza de los residuos, para luego encontrar la descomposición de Cholesky; lo que hace esta descomposición es que ordena el modo en que los shocks se propagan en el sistema dinámico (en el cuadro A.2 del anexo se presentan estos resultados).

A partir de los resultados de la estimación del VAR se realizan simulaciones de Monte Carlo para las distintas trayectorias del ratio deuda/PIB de los próximos 5 años, según la ecuación (9). Se hacen 2000 realizaciones de la trayectoria del ratio deuda/PIB; en el gráfico #6 sólo se muestran 200 de ellas por limitaciones del programa utilizado.

Puede apreciar que el promedio del ratio deuda/PIB (línea punteada negra) tiene un comportamiento creciente a partir de los últimos meses de 2004, lo que implica que de mantenerse las condiciones iniciales, los niveles de endeudamiento de Costa Rica van a tender a ser cada vez mayores, lo cual obviamente pone en riesgo su capacidad de pago.

GRÁFICO #6

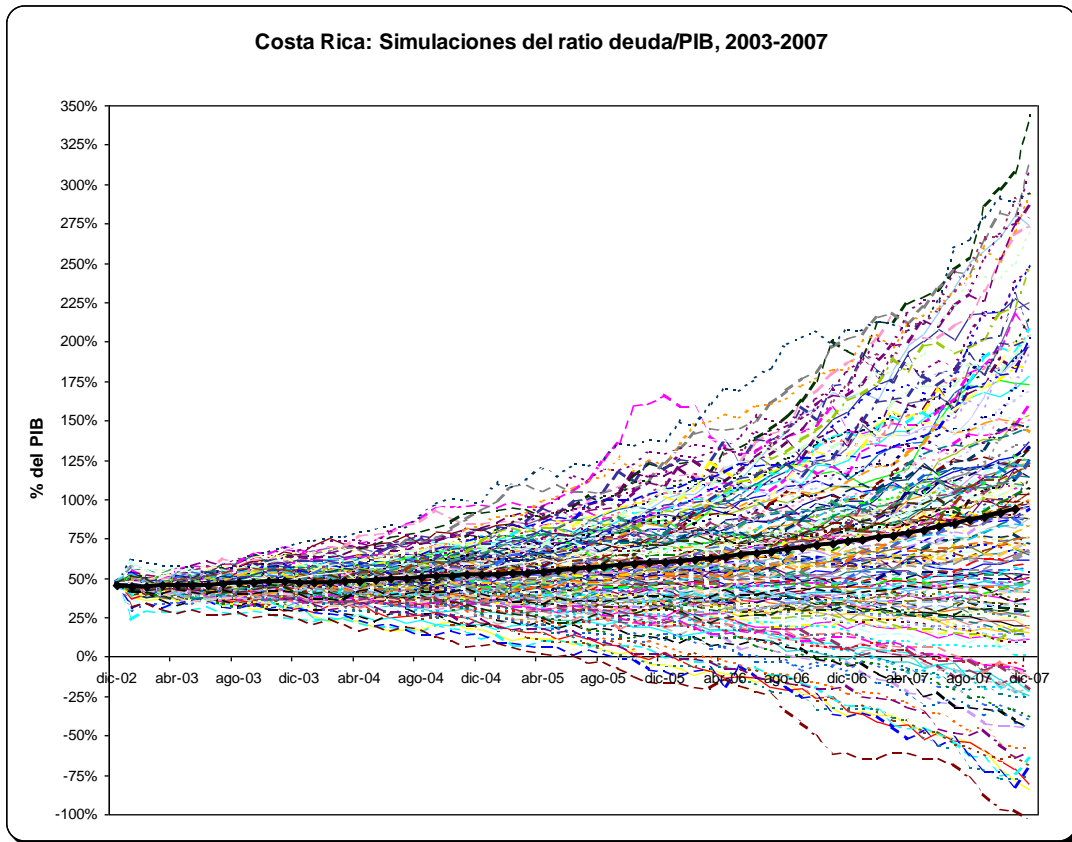
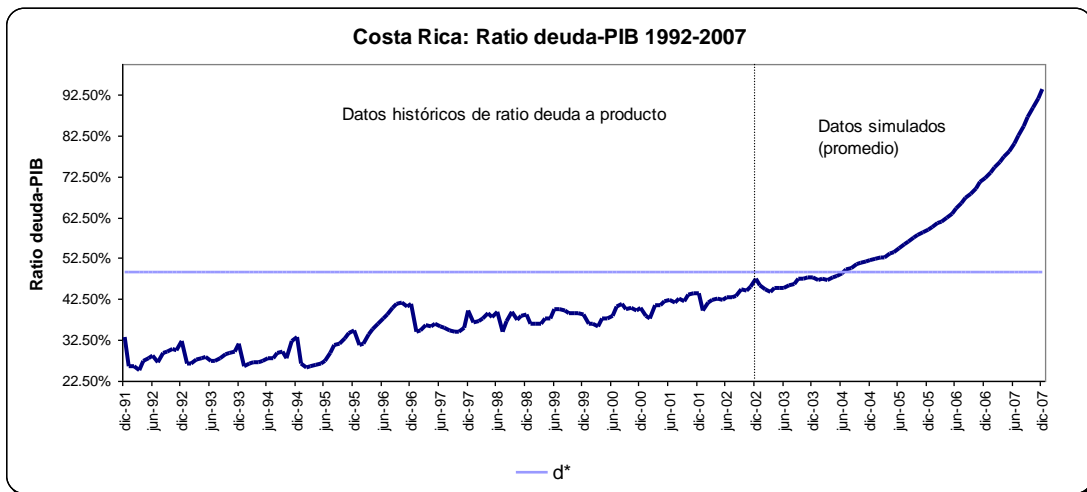


GRÁFICO #7



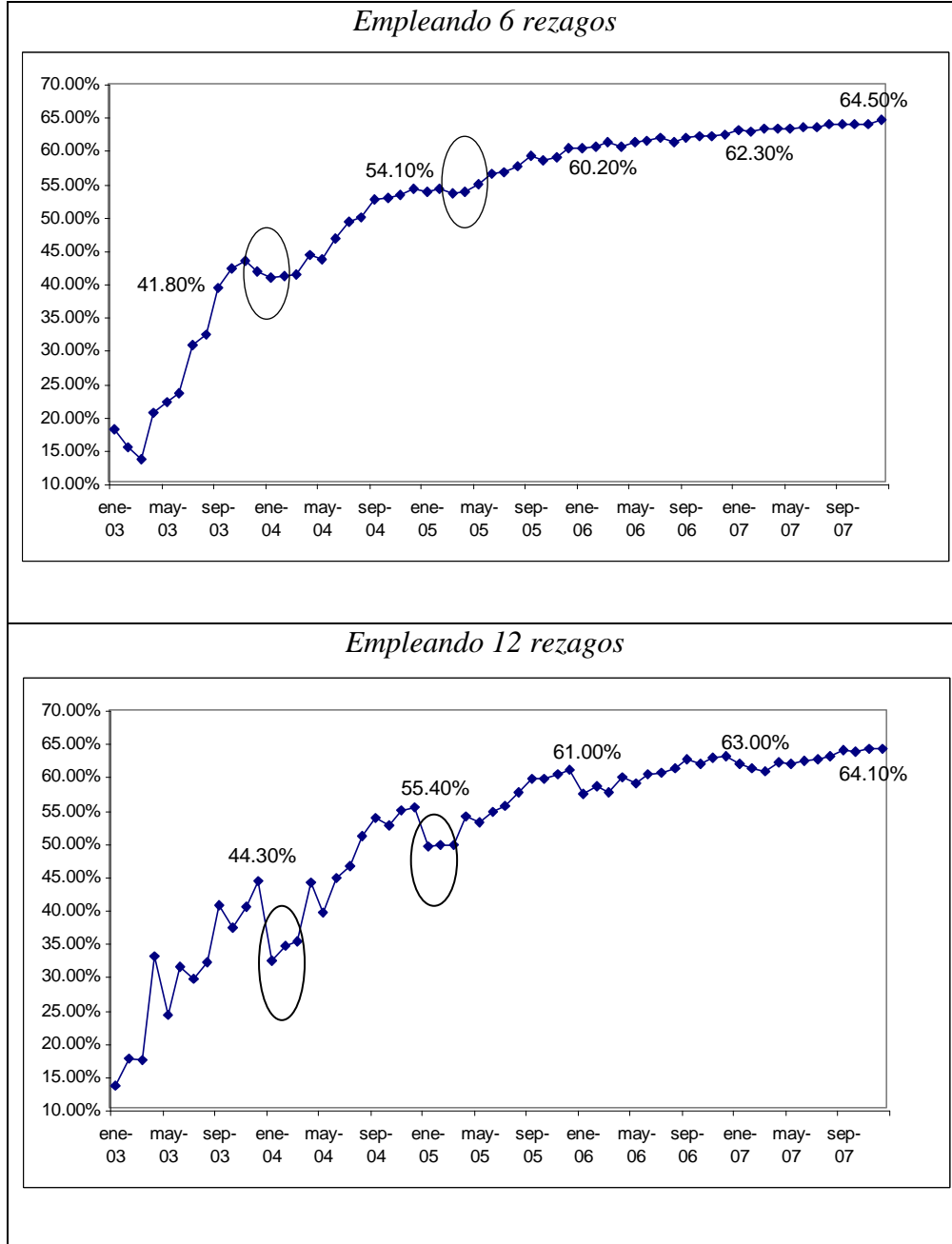
Debe tenerse presente, que las simulaciones del ratio deuda/PIB toman como punto de partida su valor a diciembre de 2002 (47.3%). Este valor está menos de 2 puntos porcentuales debajo del límite sostenible ($d^* \approx 49\%$), lo cual hace esperable que la probabilidad de sobrepasar tal umbral en 5 años sea muy elevada. Asimismo, el gráfico #7 muestra la tendencia creciente que tenía el ratio deuda/PIB en los datos históricos, por lo que dicha tendencia se mantiene en la media de las simulaciones realizadas.

Los resultados obtenidos, a partir de las simulaciones, muestran que en 5 años la probabilidad de que el gobierno central de Costa Rica no pueda servir la totalidad de su deuda, en forma creíble, es aproximadamente 65% (tanto empleando un modelo con 6 como 12 rezagos se llega a resultados análogos). El gráfico #8 muestra la probabilidad de cruzar d^* en cada uno de los años incluidos en la simulación (tanto al usar el modelo con 6 como con 12 rezagos).

Estos resultados muestran una situación bastante crítica para Costa Rica, que estaría reflejando una gran vulnerabilidad del gobierno central de Costa Rica, ya que en un período bastante corto (5 años), la probabilidad de no poder servir su deuda es muy alta. Garcia y Rigobon (2004) sugieren que una probabilidad mayor a 50% de cruzar el límite sostenible de deuda basta para concluir que el nivel actual de endeudamiento no es sostenible.

Al analizar en forma más detallada la información contenida en el gráfico #8, se aprecia que en 2003 es cuando la probabilidad de sobrepasar d^* crece en forma más acelerada. En abril de ese mismo año, el FMI enfatizaba la vulnerabilidad de la economía costarricense debido al endeudamiento público (FMI; 2003a). Por consiguiente, las simulaciones realizadas estarían reflejando que, verdaderamente, en ese año la probabilidad de que Costa Rica no pudiese servir su deuda era creciente. Dicho informe, posiblemente retroalimentó el problema, ya que los mercados internacionales inmediatamente reaccionaron aumentando el premio por riesgo exigido a los bonos soberanos.

GRÁFICO #8 Costa Rica: Probabilidad de que el ratio deuda/PIB sobrepase el 49%, 2003-2007



Ante tal situación, a finales de 2003 el gobierno presentó un proyecto de reforma fiscal, esto podría explicar la ligera caída que hay a inicios de 2004 de la probabilidad de sobrepasar d^* (lo que se aprecia más claramente al emplear un modelo con 12 rezagos). Lamentablemente, dicho proyecto no fue aprobado por la Asamblea Legislativa, lo que una vez más podría justificar el continuo aumento en la probabilidad de sobrepasar d^* .

La ligera caída ocurrida a inicios de 2005 podría deberse a una serie de medidas que fueron tomadas a fines de 2004 tendientes a cancelar o sustituir obligaciones bastante onerosas, por otros pasivos relativamente más baratos. Por ejemplo, se prepagaron Bonos Brady B, con emisión de deuda interna y se cancelaron varios empréstitos contraídos con el BID y el Export Import Bank of China.

La probabilidad de sobrepasar d^* en 5 años es 65% (y no mayor), básicamente gracias al alto crecimiento real que registra Costa Rica en 2002 (5.36% anual), las otras variables incluidas en la simulación no son tan favorables (la tasa de interés anual es 6.13%, la inflación anual 9.7%, la devaluación real anual 5.8% y el superávit primario anual 0.4% del PIB). Sin este nivel de crecimiento, la probabilidad tendería a ser aún más elevada. Para demostrarlo se repite el experimento, pero empleando un crecimiento anual de 2%; bajo este escenario adverso la probabilidad de que en 5 años el ratio deuda/PIB sea mayor a d^* se eleva a 75%.

Por otra parte, si Costa Rica lograra implementar una regla de superávit fiscal anual equivalente al 1% del PIB, junto con una reducción de la inflación hasta un 3% anual, lograría mejorar su condición fiscal; la probabilidad de sobrepasar d^* en 5 años más se reduciría a un 50%, lo que haría menos crítica la situación actual del fisco costarricense.

6 CONCLUSIONES

La principal contribución de esta investigación es evaluar la sostenibilidad fiscal del gobierno central de Costa Rica, mediante una modelación que permite calcular la probabilidad de que la deuda sea insostenible. Tal cálculo se construye a partir de un modelo de combina las relaciones estocásticas entre las variables que directa o indirectamente influyen la acumulación de la deuda (modelo VAR), con la técnica de simulaciones, que hace posible obtener las probabilidades de que el ratio deuda a producto sobrepase un determinado umbral. Adicionalmente, el documento incorpora el concepto de *natural debt limit* propuesto por Mendoza y Oviedo (2004) para definir el umbral a partir del cual no es creíble que el gobierno esté en capacidad de servir la totalidad de su deuda.

Los resultados obtenidos indican que el nivel de deuda que el gobierno costarricense puede sostener, creíblemente, es de 49% del PIB. A diciembre de 2002, el nivel de endeudamiento del gobierno alcanzaba un 47% del PIB, situación que hace muy probable cruzar el umbral sostenible en muy poco tiempo. Se encuentra que, dadas las condiciones económicas iniciales empleadas en el modelo (datos del año 2002), la situación fiscal del gobierno costarricense es insostenible, pues existe una probabilidad de 65% de que en 5 años más su nivel de endeudamiento sobrepase el límite que garantiza el pago del servicio de deuda.

Si Costa Rica logra mantener su actual ritmo de crecimiento real, las recomendaciones de políticas que pueden darse para reducir esta probabilidad apuntan a dos direcciones. Por un lado, mantener una política monetaria que permita alcanzar una inflación baja y estable (en torno al 3% anual). Por otra parte, una política fiscal ordenada, donde el fisco se comprometa a mantener un superávit anual de al menos un 1% del PIB. La eventual aprobación del Plan Fiscal sería un gran paso para avanzar en esta dirección.

Futuras investigaciones en el tema podrían incorporar un *natural debt limit* dinámico y no estático, es decir, que sea cambiante en el tiempo conforme se agrega información al modelo. Además sería interesante analizar la dinámica de la deuda desagregándola en interna y externa.

7 BIBLIOGRAFÍA

- Abiad, Abdul and Jonathan Ostry (2005). "Primary Surpluses and Sustainable Debt Levels in Emerging Markets Countries". IMF Policy Discussion Paper. International Monetary Fund.
- Azofeifa, Ana Georgina y Doris Rojas (2000), "Costa Rica: Estimación del Déficit Fiscal Estructural y Cíclico". Documento de Trabajo División Económica, Banco Central de Costa Rica.
- Banco Central de Costa Rica (2004), "Características y desempeño del Sistema Financiero Nacional en el 2003". División Económica, Banco Central de Costa Rica.
- _____ (2005), "Boletín Financiero: Resultados anuales 2004". Departamento Monetario, Banco Central de Costa Rica.
- Barnhill, Theodore and George Kopits (2003), "Assessing Fiscal Sustainability Under Uncertainty". IMF Working Paper No. 03/79.
- Blanchard, Oliver (1990), "Suggestions for a new set of fiscal indicators". OECD Working Paper No. 79.
- Bohn, Henning (1998), "The behavior of U.S. public debt and deficits". *Quarterly Journal of Economics*, August, 113, pp. 949-963.
- Buiter, Willem (1985), "A Guide to Public Debt and Deficits", *Economic Policy*, 1, November, pp. 13-79.
- Burnside, Craig (2004), "Assessing New Approaches to Fiscal Sustainability Analysis". Document prepared for the World Bank Latin America and Caribbean Department's report on *Debt Sustainability Analysis*.
- Chalk, Nigel and Richard Hemming (2000), "Assessing Fiscal Sustainability in Theory and Practice". IMF Working Paper No. 00/81.
- Díaz-Alvarado, Carlos, Alejandro Izquierdo, and Ugo Panizza (2004), "Fiscal Sustainability in Emerging Market Countries with an Application to Ecuador". Inter-American Development Bank, Working Paper No. 511.
- Durán, Rodolfo y Eduardo Méndez (1995), "Orientación Discrecional y Cíclica de la Política Fiscal en Costa Rica". Documento de Trabajo División Económica, Banco Central de Costa Rica.
- Enders, Walter (1995), "Applied Econometric Time Series", New York, John Wiley and Sons, Inc.

- Fondo Monetario Internacional (2003a), “Costa Rica: Financial System Stability Assessment”. IMF Country Report No. 03/103. Abril 2003.
- _____ (2003b), “Sustainability Assessments–Review of Application and Methodological Refinements,” Policy Development and Review Department, International Monetary Fund. Disponible en: <http://www.imf.org/external/np/pdr/sustain/2003/061003.htm>
- _____ (2003c), *Public Debt in Emerging Markets: Is too high?* in “World Economic Outlook- September 2003”.
- _____ (2004), “Costa Rica: Staff report”. IMF Country Report No. 04/298.
- Garcia, Márcio and Roberto Rigobon (2004), “A Risk Management Approach to Emerging Market’s Sovereign Debt Sustainability with an Application to Brazilian Data”, NBER Working Paper No. 10336.
- Hamilton, James and Marjorie Flavin (1986), “On the limitations of government borrowing: A framework for empirical testing”, *American Economic Review*, 76 (4), pp. 809-819. September.
- Hoffmaister, Alexander W., Mario Rojas Sánchez, Manrique Sáenz, Mariano Segura, y Edwin Tenorio (2001). “Solvencia del Sector Público: una exploración empírica preliminar para Costa Rica”. Nota de Investigación No.04-01. Banco Central de Costa Rica.
- Lewis, Jide (2004), “Sovereign Debt Sustainability in Jamaica: A Risk Management Approach”, Financial Stability Department, Bank of Jamaica Working paper.
- Mendoza, Enrique and Pedro Marcelo Oviedo (2004) “Fiscal Solvency and Macroeconomic Uncertainty in Emerging Markets: The Tale of the Tormented Insurer,” manuscript, University of Maryland.
- Rojas, Mario y Manrique Sáenz (2003). “Posición Financiera Neta del SPG de CR: aspectos metodológicos y ejercicios de simulación”. Documento de Trabajo División Económica, Banco Central de Costa Rica.
- Soto, Raimundo (2004). “Economía de Series de Tiempo: Notas de Clase”. Instituto de Economía, Pontificia Universidad Católica de Chile.

8 APÉNDICE:

8.1 Derivación de la ecuación de acumulación de deuda

El stock de deuda de un período puede definirse como la deuda del período anterior menos el superávit fiscal:

$$(a) \quad D_t = D_{t-1} - Sup_t$$

donde D_t y D_{t-1} representan respectivamente el stock de deuda en el período t y $t-1$; Sup_t es el superávit fiscal en el período t .

Por su parte el superávit fiscal puede expresarse de la siguiente forma:

$$(b) \quad Sup_t = T_t - (G_t + i_t D_{t-1})$$

donde T_t representa los ingresos fiscales, G_t es el gasto público excluyendo el pago de intereses y el término $i_t D_{t-1}$ representa el pago de intereses sobre la deuda del período anterior.

Sustituyendo (b) en (a) y simplificando se obtiene:

$$(c) \quad D_t = (1 + i_t) D_{t-1} - (T_t - G_t)$$

Debe notarse que el término $(T_t - G_t)$ corresponde al superávit primario.

La ecuación (c) puede expresarse en términos del producto nominal de la siguiente manera:

$$(d) \quad \frac{D_t}{P_t Y_t} = (1 + i_t) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1} Y_{t-1}} \cdot \frac{P_{t-1}}{P_t} \cdot \frac{Y_{t-1}}{Y_t} - \frac{(T_t - G_t)}{P_t Y_t}$$

Sea: $\gamma_t = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1$, la tasa de crecimiento del producto real y $\pi_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$,

la inflación esperada en t, entonces es fácil notar que:

$$\frac{Y_{t-1}}{Y_t} = \frac{1}{1 + \gamma_t}; \quad \frac{P_{t-1}}{P_t} = \frac{1}{1 + \pi_t}.$$

Por lo tanto la ecuación (d) puede describirse como:

$$(e) \quad \frac{D_t}{P_t Y_t} = \frac{(1 + i_t)}{(1 + \gamma_t)(1 + \pi_t)} \frac{D_{t-1}}{P_{t-1} Y_{t-1}} - \frac{(T_t - G_t)}{P_t Y_t}$$

La definición de tasa de interés real establece que: $1 + r_t = \frac{1 + i_t}{1 + \pi_t}$, por consiguiente (e) se

recribe (denotando con minúscula las variables en términos del producto nominal):

$$(f) \quad d_t = \frac{(1 + r_t)}{(1 + \gamma_t)} d_{t-1} - (t_t - g_t)$$

$$d_t \approx (1 + r_t - \gamma_t) d_{t-1} - (t_t - g_t)$$

Que es idéntico a la ecuación (1), luego queda demostrado.

9 ANEXOS

CUADRO A.1. ESTADÍSTICAS FISCALES DEL GOBIERNO CENTRAL Y NATURAL DEBT LIMIT (% DEL PIB)

<i>Deuda pública del gobierno central 1990-2000</i>	<i>Escenario base</i>	<i>Escenario adverso</i>	<i>Escenario favorable</i>
Promedio	35%	35%	35%
Máximo	43%	43%	43%
Año en que alcanzó el máximo	2002	2002	2002
<i>Ingreso del gobierno central 1990-2000</i>			
Promedio	20.28%	20.28%	20.28%
Desviación estándar	1.095%	1.095%	1.095%
Dos desv.est. debajo del promedio	18.09%	18.09%	18.09%
<i>Gasto del gobierno central excluyendo el pago de intereses 1990-2000</i>			
Promedio	18.53%	18.53%	18.53%
Desviación estándar	1.852%	1.852%	1.852%
Dos desv.est. debajo del promedio	14.83%	14.83%	14.83%
<i>Crecimiento promedio 1961-2000</i>	1.83%	1%	2%
<i>Tasa de interés implícita 1990-2000</i>	8.5%	10%	6%
<i>Natural debt limit</i>	48.86%	36%	80%

Fuente: Construcción propia a partir de datos del Banco Mundial, FMI y Banco Central de Costa Rica.

CUADRO A.2. MATRICES DE VAR-COV Y DESCOMPOSICIÓN DE CHOLESKY

Con 6 rezagos:

Matriz VAR-COV:

	R	G	F	ERROR	Q	INFLAC
R	3.85E-04	3.21E-04	1.66E-04	3.25E-04	2.58E-05	-6.93E-06
G	3.21E-04	9.87E-04	1.07E-04	4.92E-04	4.73E-06	-6.86E-06
F	1.66E-04	1.07E-04	1.32E-03	1.25E-03	1.05E-05	-3.04E-05
ERROR	3.25E-04	4.92E-04	1.25E-03	1.56E-03	3.71E-06	-3.51E-05
Q	2.58E-05	4.73E-06	1.05E-05	3.71E-06	7.15E-05	-1.04E-05
INFLAC	-6.93E-06	-6.86E-06	-3.04E-05	-3.51E-05	-1.04E-05	2.89E-05

Descomposición de Cholesky

	RC	G	F	ERROR	Q	INFLAC
R	0.01960	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
G	0.01640	0.02680	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
F	0.00850	-0.00120	0.03530	0.00000	0.00000	0.00000
ERROR	0.01660	0.00820	0.03170	0.01460	0.00000	0.00000
Q	0.00130	-0.00060	0.00000	-0.00080	0.00830	0.00000
INFLAC	-0.00040	0.00000	-0.00080	-0.00030	-0.00120	0.00520

Con 12 rezagos:

Matriz VAR-COV

	R	G	F	ERROR	Q	INFLAC
R	8.69E-05	-4.75E-05	6.24E-05	4.85E-05	7.60E-06	8.63E-07
G	-4.75E-05	5.81E-04	-3.16E-05	1.37E-04	-2.05E-05	7.65E-06
F	6.24E-05	-3.16E-05	1.44E-03	1.24E-03	-4.32E-05	5.73E-06
ERROR	4.85E-05	1.37E-04	1.24E-03	1.34E-03	-4.53E-05	1.28E-05
Q	7.60E-06	-2.05E-05	-4.32E-05	-4.53E-05	5.41E-05	-1.04E-05
INFLAC	8.63E-07	7.65E-06	5.73E-06	1.28E-05	-1.04E-05	2.57E-05

Descomposición de Cholesky

	R	G	F	ERROR	Q	INFLAC
R	0.00930	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
G	-0.00510	0.02360	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
F	0.00670	0.00010	0.03740	0.00000	0.00000	0.00000
ERROR	0.00520	0.00690	0.03220	0.01500	0.00000	0.00000
Q	0.00080	-0.00070	-0.00130	-0.00020	0.00720	0.00000
INFLAC	0.00010	0.00030	0.00010	0.00040	-0.00140	0.00480