INSTITUTO DE ECONOMÍA

TESIS de MAGÍSTER

2017

Interacción estratégica en un mercado de competencia imperfecta, bajo regulación medioambiental

Victor Manuel Plaza S.

www.economia.puc.cl

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMIA
MAGISTER EN ECONOMIA

TESIS DE GRADO
MAGISTER EN ECONOMIA

Plaza, Suarez, Victor Manuel

Julio, 2017

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMIA
MAGISTER EN ECONOMIA

INTERACCION ESTRATEGICA EN UN MERCADO DE COMPETENCIA IMPERFECTA, BAJO REGULACION MEDIOAMBIENTAL

Plaza Suarez Victor Manuel

Comisión
Martín Besfamille
Francisco Silva
Hugo Silva

Santiago, Julio de 2017

Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas

Instituto de Economía

TESIS DE MAESTRIA:

Interacción estratégica en un mercado de competencia imperfecta, bajo regulación medioambiental

Entrega final

Victor Manuel Plaza Suarez

Comisión de Tesis:
Martín Besfamille
Francisco Silva
Hugo Silva

Interacción estratégica en un mercado de competencia imperfecta, bajo regulación medioambiental

Victor Manuel Plaza Suarez
Pontificia Universidad Católica de Chile

Resumen

Este artículo está concentrando en estudiar el contexto de la aplicación de una regulación medioambiental mediante un mecanismo de "cap and trade", dentro de un mercado oligopólico de distribución de productos, donde el ente regulador decide el monto total de permisos de emisiones contaminantes y la proporción otorgada a cada firma dentro del mercado, a su vez estas deciden el monto de producto final a distribuir y la cantidad de permisos a intercambiar. Las decisiones del regulador son capaces de modificar la mejor respuesta de las firmas, quienes disponen de un conjunto de posibles estrategias en el mercado aguas arriba de distribución de producto para los diferentes resultados del mercado aguas abajo de permisos de contaminación. Este artículo demuestra que cuando las firmas contaminan por sobre la cantidad de permisos otorgados, la decisión por parte del regulador de modificar la proporción de permisos entre las firmas no genera variaciones en la cantidad de producto final ni en precios. En cambio, la disminución de la cantidad de permisos disponibles cuando una de las firmas es monopólica en derechos de emisión, cambia la participación de mercado entre las firmas mejorando los beneficios de esta en contraposición a la caída en la distribución de producto de la firma rival y el aumento del precio del bien final.

* Tesis para optar al grado de Magíster en Economía, Pontificia Universidad Catolica de Chile. cualquier error u omisión es de mi entera responsabilidad. comentarios a: vmplaza@uc.cl

Índice

1. Introducción

La contaminación atmosférica es una preocupación para muchos gobiernos, los cuales han incrementado sus esfuerzos en desarrollar políticas medioambientales con la intención de reducir los altos niveles de gases de efecto invernadero presentes en la atmósfera. El uso de los derechos de emisión negociables como instrumento económico para la regulación de los daños medioambientales, ha crecido en popularidad en las últimas décadas, Montgomery (1972) argumenta su eficacia para alcanzar el objetivo de reducción de contaminación (generalmente llamado el "cap"), con un costo mínimo de información para el regulador.

En la práctica, gran parte de los mercados sujetos a regulación ambiental, no están cerca del ideal de competencia perfecta, un ejemplo es la incorporación de las empresas de distribución de gasolina, gas natural y otros combustibles al programa de "cap and trade", ejecutado por "California Air Recourse Board" (CARB), buscando revertir el número de emisiones de gases de efecto invernadero dentro del Estado California. Este programa permite a los participantes intercambiar derechos para emitir un monto máximo de contaminación. El mercado de distribución de combustibles en California está compuesto principalmente por siete empresas que representan el 92,3 % del mercado de distribución, generando un índice de concentración de mercado (índice HHI) de 1.977 puntos.[1]

Una amplia literatura tanto empírica como teórica ha evidenciado la existencia de derechos de emisión negociables en mercados de competencia imperfecta, que conlleva al aumento de la concentración del mercado mediante "raising rivals' cost",[2] la obtención de beneficios fortuitos por parte de las empresas "windfall gains",[3] la utilización de la innovación para influir sobre los estándares regulatorios y aumento de las transferencias de riqueza de los consumidores a oferentes.[4]

La respuesta a la regulación a través de un programa de "cap and trade" de las empresas productoras de un bien final, difiere de aquellas que son prestadoras de un servicio de intermediación entre productores y consumidores. El uso de tecnología para el abatimiento,[5] es una herramienta útil que permite a las empresas productoras cumplir con las cuotas máximas de contaminación. Contrariamente, para las empresas distribuidoras no es tan factible modificar las características del producto final, por tanto, no existe la posibilidad intrínseca del sector de generar abatimiento.

Otra diferencia relevante, es la temporalidad en la que se toman las decisiones. En general, la literatura plantea que las firmas deciden la cantidad a producir conociendo la

[1] El tamaño de la economía de California hace el programa de "cap and trade" uno de los más ambiciosos, inicialmente regulaba el 40 % de las emisiones contaminantes dentro del Estado y en una segunda fase la cobertura aumento al 85 % del total de emisiones locales.

[2] Concepto desarrollado por Salop and Scheffman (1983) donde las firmas manipulan los costos de producción, con el objetivo de aumentar su participación en el mercado

[3] La ganancia fortuita o inesperada ocurre cuando a una industria le son dados permisos gratuitos y se obtiene beneficios intercambiándolos o traspasando su valor a los consumidores

[4] Ver Puller (2002), Borenstein et al. (2002) y Kolstad and Wolak (2003)

[5] Se considera abatimiento el uso de una tecnología alternativa de producción, la cual incrementa los costos de la firma con el objetivo de reducir los niveles de emisiones contaminantes

cantidad de permisos disponibles y su precio. Por el contrario, las empresas de distribución dentro de un mercado oligopólico, en primera instancia deciden las cantidades a distribuir, posteriormente, dada la colocación de licencias de contaminación, intercambian permisos en un mercado de competencia imperfecta, según sus necesidades de compensación.[6]

Una variable destacada que condiciona la mejor respuesta de las firmas, es el monto máximo de permisos emitidos y la distribución entre ellas. La posibilidad de que el nivel de emisiones generado por la cantidad de producto distribuido supere el monto de permisos disponibles, conlleva a una penalidad por incumplimiento, la cual tiene altos costos para la empresa, por tanto, la forma como reparten los permisos exógenamente determina la estrategia de la firma dentro del mercado de permisos y el cambio en la participación dentro del mercado de productos.

Dado el contexto, es pertinente analizar, cómo la interacción estratégica en un mercado de distribución oligopólico, se ve afectado por la existencia de una regulación medioambiental, basada en derechos de emisión intercambiables. Otro aspecto de interés, es determinar las condiciones necesarias para que exista negociación de permisos entre las firmas y como las decisiones del regulador repercuten sobre el equilibrio del mercado del bien final. Para ello, se plantea la interacción de un mercado aguas arriba de distribución del producto, en donde las firmas compiten en el mercado a la Cournot, decidiendo simultáneamente la cantidad de producto homogéneo que distribuyen y un mercado aguas abajo de permisos de emisión, donde ambas firmas intercambian los permisos recibidos en un mercado de competencia perfecta según sus necesidades de compensación, obteniendo el equilibrio en el mercado de permisos de contaminación.

En el mercado aguas abajo, las firmas poseen una función de demanda (oferta) en términos del precio de los permisos de contaminación, el cual representa las acciones emprendidas por las firmas en el mercado de distribución de producto. De la intersección de ambas funciones es factible hallar cuatro equilibrios 1) Cuando una de las firma tiene permisos excedentes y la necesidad de compensación del rival es menor a dicho exceso, 2) Cuando ambas firma requieren permisos, donde la dirección del intercambio es decido por la diferencia entre la cantidad de polución y el monto de permisos recibidos, 3) y 4) representan los casos donde la firma compra la totalidad de los permisos de la firma rival o vende la totalidad al rival, siendo el precio de equilibrio superior a la penalización marginal de la firma vendedora. Estos cuatro equilibrios determinan las posibles estrategias a seguir en mercado de distribución a la Cournot, donde las decisiones del regulador modifican el equilibrio del mercado del producto final y en consecuencia los beneficios de las firmas involucradas.

Este trabajo busca contribuir a la literatura sobre permisos de emisión intercambiables en mercados no competitivos, investigando cómo la implementación de un programa de regulación medioambiental afecta el equilibrio del mercado oligopólico de distribución de producto. La estructura del trabajo es la siguiente: En la subsección 1.1. se hace una breve revisión de la literatura, en la sección 2. se describe el modelo y se plantean los resultados de

[6]Se define compensación como la cantidad de permisos que debe poseer la firma regulada, para cubrir las emisiones contaminantes generadas por su actividad económica.

las primera y segunda etapa, en la sección 3. se realiza un ejercicio numérico del impacto de las decisiones del regulador. Por último, la sección 4 concluye y discute posibles extensiones.

1.1. Revisión de Literatura

La imposición de estandares ambientales en mercados de competencia imperfecta, al margen de su capacidad para realizar un control efectivo de la contaminación, no permite extender los conceptos de eficiencia presentes en los mercados de competencia perfecta. Por tanto, uno de los primeros artículos que considera las distorsiones de la regulación ambiental sobre el mercado es Buchanan (1969). Este artículo demuestra el efecto de la aplicación de impuestos pigouvianos en un mercado monopólico, donde en el nuevo equilibrio la ganancia de bienestar es menor a la pérdida del mismo, por tanto, es deseable aumentar la producción y no reducirla para alcanzar la producción socialmente óptima.

La dificultad de realizar un control óptimo de los niveles deseados de contaminación mediante impuestos a la polución, ha convertido a los derechos de emisión intercambiables, en el instrumento más utilizado por los reguladores medioambientales. Basados en la idea de un control más preciso sobre las cantidades finales de emisión, combinado con la presunción de que las firmas utilizarán tecnologías de producción más sustentables ambientalmente a medida que el precio de los permisos sea más elevado.

En los mercados de competencia imperfecta, sujetos a regulación medioambiental, se generan distorsiones las cuales modifican: el precio, la cantidad de equilibrio del producto distribuido. Estas distorsiones provienen de dos fuentes: La primera distorsión la representa el mercado de productos, en donde Sijm et al. (2006) muestra que la magnitud del efecto de los costos de emisión sobre el equilibrio de las firmas, dependerá de una ambigüedad de factores: 1) la elasticidad precio de la demanda, 2) convexidad de los costos, 3) la reacción de los competidores. Los resultados de la interacción de factores es aproximada por Bushnell et al. (2013) quienes muestran que con una elasticidad precio de la demanda inelástica y una función de costos lineal, la regulación reduce las cantidades de equilibrio del producto e incrementa el beneficio de la industria. Y la segunda distorsión proviene del mercado de permisos, donde ante la existencia de poder de mercado, Mørch von der Fehr (1993) demuestra que puede ser estratégico para una empresa, pagar a los competidores y monopolizar el mercado, incrementando los costos de las firmas rivales.[7]

Por tanto, es importante separar la interacción de mercados de permisos competitivos, con mercados finales oligopólicos, y mercados de permisos imperfectos con mercados oligopólicos del producto. Malueg (1990) analiza un mercado oligopólico de productos en combinación a un mercado competitivo de permisos, en donde los permisos representan una disminución en la costos de producción, influenciando sobre el equilibrio del mercado, a través del traspaso de la producción de una firma inicialmente de costos bajos, a una de mayores costos en detrimento del beneficio de la industria y el bienestar.

El traspaso de la producción de las firmas menos ineficientes a las más ineficientes, bajo

[7]Cabe señalar que el alcance de la estrategia de manipulación dependerá del número de permisos negociados y la elasticidad de la demanda de permisos

mercados competitivos de emisión es rebatido por Sartzetakis (1997) el cual encuentra que en un mercado de producción oligopólica la existencia de permisos intercambiables en un esquema de competencia perfecta, permite una disminución de los costos de emisión, por la igualación de los costos marginales de abatimiento y una redistribución de la producción entre las firmas, debido a un mercado imperfecto de producto, dicha relocalización incrementa el bienestar, ante el dominio del mercado de permisos sobre el equilibrio final del oligopolio.

Muchos mercados de permisos de contaminación se caracterizan por estar conformados por un pequeño número de empresas que son responsables de la gran parte de las emisiones contaminantes, esto ocasiona mercados con pocos compradores y/o vendedores, agregando una fuente adicional de distorsión, asociada a la posibilidad de que las firmas con poder de mercado adopten una estrategia dominante de "raising rival's costs". Hahn (1984) muestra que la forma como se distribuyen los permisos, tiene relevancia en un mercado donde existen firmas con poder de mercado, estas son capaces de manipular el precio por encima o por debajo del costo marginal de emisión, de acuerdo a su posición neta de permisos. Hahn también argumenta que el poder en el mercado de permisos de una empresa, desaparece sí la empresa dominante recibe una asignación óptima de permisos, por tanto, la empresa no tendría incentivos para participar en los intercambios y distorsionarlo.

Fershtman et al. (1995) amplían la literatura evaluando el efecto del intercambio de permisos en un equilibrio oligopólico, donde las firmas que compiten en el mercado del producto son las mismas que intercambian permisos bajo un modelo de negociación de Nash. Ellos demuestran que según los distintos estándares de emisión impuestos por el regulador, puede existir una reducción de la cantidad producida y cambios de participación de mercado, desde las empresas mas eficientes a las menos eficientes y también lleva a las empresas a elegir una tecnología de abatimiento inferior.

La interacción de los mercados de producción (distribución) y de permisos de contaminación se resuelve utilizando un juego secuencial con resolución de equilibrio de Nash perfecto en subjuegos, en este sentido Mørch von der Fehr (1993) analiza un juego de dos etapas para determinar si las licencias de emisión pueden servir como instrumento monopsonista siendo beneficioso para una de las firmas concentrar el mercado, pagando a los competidores para dejar el mercado y al mismo tiempo incorporando medidas para mantener al margen la entrada de nuevos competidores.

Los artículos anteriormente descritos están concentrados en empresas productoras, las cuales en una primera etapa deciden cuántos permisos comprar o vender, y en la segunda etapa cuánto producir y por ende cuánto abatir. Resende and Sanin (2009) modelan la interacción entre el mercado de permisos y el mercado de permisos de emisión, considerando un juego secuencial en tres etapas: En la primera etapa una de las firmas fija el precio de forma unilateral; en la segunda etapa los permisos son intercambiados y en la tercera etapa, las empresas compiten en un Cournot. Obteniendo resultados acordes con la literatura, la regulación basada en permisos de emisión conduce a resultados que difieren de la solución óptima de abatimiento y un mayor o menor precio de los permisos, dependiendo de la mejor respuesta de la empresa que tiene poder en el mercado de permisos.

La principal innovación de este trabajo es la forma como las firmas toman sus decisiones y la información disponible para ello. Se plantea la interacción entre el mercado de distribución aguas arriba y el mercado de permisos de emisión aguas abajo, utilizando un juego secuencial, el cual recoge la incorporación a la regulación medioambiental, de las empresas distribuidoras de combustible, a través de un programa de "cap and trade". En el modelo que se plantea más abajo, las empresas de distribución deciden primero cuánto producto distribuir y posteriormente deben ir al mercado de emisiones a cubrir sus niveles de contaminación comprando permisos, no contando con tecnología que permita abatimiento en el producto que ellas distribuyen, siendo el exceso de emisiones sujeto a penalización.

El trabajo realizado por Resende and Sanin (2009) supone que una de las empresas tiene ventajas y actúa primero, fijando el precio de los permisos, este supuesto intenta capturar el hecho de que los mercados de permisos han sido creados por etapas. En la primera etapa, incluyen las firmas receptoras de permisos más contaminantes (con poder de mercado) y en una segunda etapa, competidores menos contaminantes. Esta investigación se aparta de este planteamiento permitiendo a las empresas intercambiar en un modelo de equilibrio general, siendo el precio de los permisos de emisión resultante del equilibrio del mercado.

Los últimos artículos sobre derechos de emisión negociables en mercados imperfectos, intentan explicar los factores que influyen en la entrada y salida de las firmas del mercado, Anouliès (2017) realiza una descomposición de los efectos a nivel sectorial, encontrando una relocalización de recursos hacia las empresas más productivas, así como también cambios en el nivel agregado de emisiones contaminantes. Goto et al. (2016) considera la incertidumbre en la demanda del producto, obteniendo resultados acordes con la literatura que las firmas más aventajadas en la disminución de costos pueden disfrutar de un monopolio, debido a la salida de las firmas menos productivas y barreras a la entrada de nuevas firmas. En esta línea de investigación de incorporar incertidumbre sobre el equilibrio olligopólico, Heindl and Widung (2016) plantean un mercado duopólico, donde una de las firmas tiene poder de mercado pero desconoce la función de costos de la empresa tomadora de precios, hallando que el precio de los permisos tiende a ser más bajo respecto a un mercado sin incertidumbre, sugiriendo que el impacto de la incertidumbre se reduce sí el tamaño de la empresa tomadora de precios es menor.

2. El modelo

Se considera un mercado duopólico (Firma 1 y 2), donde las firmas interactúan en dos mercados, un mercado aguas arriba de competencia a la Cournot de distribución del producto $Q(q_1 + q_2)$, donde $q_i \in \mathbb{R}^+$; y un mercado aguas abajo de permisos de emisión, en el cual x_i representa las cantidades de derechos de contaminación a intercambiar ya sea vender ($x_i < 0$) o comprar ($x_i > 0$), donde $x_i \in \mathbb{R}$.

Las firmas están sujetas a una regulación medioambiental la cual obliga posterior a la distribución del producto, a compensar mediante permisos el monto de contaminación rq_i, siendo $\boldsymbol{r}$ la tasa de intensidad de polución por unidad de producto distribuido. El regulador decide de manera exógena el monto de derechos de emisión $\boldsymbol{A}$, repartido entre las firmas de manera anticipada a la decisión de distribución del producto $\boldsymbol{Q}$, sea α_i el porcentaje que recibe la firma $\boldsymbol{i}$, $\alpha_i \in [0,1]$ y $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$. Siendo el saldo neto de emisiones contaminantes de $\boldsymbol{i}$:

$$\Omega_i = rq_i - \alpha_i A \tag{1}$$

Si $\Omega_i > 0$ la cantidad de contaminación de la firma $\boldsymbol{i}$ es mayor al monto de permisos recibidos y si $\Omega_i < 0$ el nivel de contaminación de la empresa $\boldsymbol{i}$ es inferior a los permisos otorgados a la empresa.[8]

Los costos de distribución del producto de la firma $\boldsymbol{i}$ están descritos por la función c_i, donde $i \in 1,2$.

Supuesto 2.1 *La función c_i: $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, tiene las siguientes condiciones:*

(a) *Si $q_i > 0$, $c_i'(q_i) > 0$, $c_i''(q_i) = 0$*

(b) *Si $q_i = 0$, $c_i'(0) = 0$*

El punto (a) del supuesto 2.1 considera la existencia de costos marginales constantes en la cantidad distribuida y (b) indica que distribuir cero unidades de q_i produce un costo marginal igual cero.

En el mercado de permisos de emisión aguas abajo, las firmas conocen el saldo neto de permisos de emisión Ω_i y deciden la cantidad de permisos que van a intercambiar x_i a un precio τ que es determinado por el equilibrio de intercambio ($x_1 = -x_2$). Siendo el balance de permisos resultante para $\boldsymbol{i}$:

$$E_i = \alpha_i A + x_i \geq 0 \tag{2}$$

Donde, el monto de emisiones contaminantes que no se logra cubrir con permisos $a_i = rq_i - E_i \geq 0$, tiene una tasa de penalización $\gamma(a_i)$.

Supuesto 2.2 *La función γ: $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ para $\boldsymbol{i} \in 1,2$, tiene las siguientes condiciones:*

(a) *Si $a_i > 0$, entonces $\gamma'(a_i) > 0 \wedge \gamma''(a_i) > 0$, tal que $\gamma(a_i)$ es estrictamente convexa para $i = 1,2$*

(b) *Si $a_i = 0$,$\gamma'(0) = 0$*

La parte (a) del supuesto 2.2 señala que la tasa penalización es creciente en la cantidad de contaminación no cubierta con permisos y (b) considera el hecho cuando el monto de permisos equivale a la cantidad de emisiones contaminantes no hay penalización.

La vinculación de los mercados se modelará con un juego teórico secuencial. Las etapas del juego son las siguientes:

[8] Se considera dentro $\Omega_i < 0$ el caso donde la cantidad de contaminación es igual al monto de permisos recibidos

(I) En la primera etapa, las firmas conocen la cantidad de permisos otorgados por el regulador y compiten en el mercado de distribución, decidiendo simultáneamente la cantidad de producto que van a distribuir, obteniendo la cantidad de equilibrio del producto final y el nivel de emisiones contaminantes.

(II) En la segunda etapa, las firmas conocen el saldo neto de emisiones contaminantes Ω_i y deciden el monto óptimo de permisos a intercambiar x_i, consiguiendo el precio de los permisos de contaminación de equilibrio.

El comportamiento óptimo de este juego secuencial estará definido por un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos; Donde, los pagos y el vector de estrategias corresponde:

$$(q_i^*, x_i^*(q_1, q_2, \tau))$$

Tal que:

1 Para todo (q_1, q_2), $x_i^*(q_1, q_2)$ es la función de demanda de permisos de la firma i a las cantidades distribuidas de producto q_1 y q_2.

2 Dado $\tau^*(q_1, q_2)$ y $x_i^*(q_1, q_2)$, q_i^* es la cantidad de distribución que maximiza el beneficio total de la firma i.

En un primer momento se describe de forma general el problema de maximización que enfrentan las firmas en cada etapa.

2.1. Problemas de optimización de las firmas

Las firmas en la primera etapa, eligen en simultáneo el nivel de distribución de producto q_i, anticipando la interacción estratégica que tendrá lugar en el mercado de permisos. Entonces cuando decide q_i la firma $\boldsymbol{i}$ toma en cuenta el beneficio marginal del mercado de distribución de producto (Ingreso marginal - Costo marginal) y el impacto de q_i en el mercado de permisos $x_i^*(q_1, q_2)$.[9]. Formalmente, el problema de maximización está descrito por el programa (3).

$$\begin{aligned} \underset{q_i}{Max} \quad & \Pi_i = P(Q)q_i - c_i(q_i) - \tau * x_i - \mathbb{1}_{\{rq_1 + rq_2 \geq A\}}\gamma(rq_i - \alpha_i A - x_i) \\ & s.a. \quad x_i = x_i^*(q_1, q_2) \ : \\ & \qquad\quad \tau = \tau^*(q_1, q_2) \\ & \qquad\quad q_i \geq 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Note que si la cantidad de contaminación agregada $(rq_1 + rq_2)$ es mayor al monto de permisos $\boldsymbol{A}$ conduce a las firmas a incurrir en costos de penalización, los cuales afectan de

[9] Se considera la función de demanda lineal, eso nos asegura que los efectos de segundo orden son cero, para cada empresa i es el caso que $\frac{\partial^2 P(q_1+q_2)}{\partial q_1^2} = \frac{\partial^2 P(q_1+q_2)}{\partial q_1^2 \partial q_2^2} = \frac{\partial^2 P(q_1+q_2)}{\partial q_2^2 \partial q_1^2} = \frac{\partial^2 P(q_1+q_2)}{\partial q_2^2} = 0$. La existencia de funciones de demanda lineal y funciones de costo y de penalización estrictamente convexas, permiten que las condiciones de segundo orden siempre se cumplen: $\dfrac{\partial^2 P(q_1, q_2)}{\partial q_i^2} q_i \leq -2\dfrac{\partial P(q_1, q_2)}{\partial q_i} + c_i''(q_i) + \gamma''(a_i)$

forma negativa los beneficios de las firmas. La diferencia entre el monto de permisos de contaminación asignado a la empresa $\boldsymbol{i}$ y el monto de distribución q_i determina el conjunto de posibles estrategias a seguir en la etapa de negociación de permisos. [10]

En una segunda etapa, dado el nivel de contaminación rq_i y la cantidad de permisos α_i recibidos por $\boldsymbol{i}$, las firmas participan en el mercado de intercambio, encontrándose el vector de equilibrio $(x_i^*(q_1, q_2))$ que representa la compra-venta de permisos a un precio de equilibrio $\tau^*(q_1, q_2)$ acorde al nivel emisiones contaminantes generado en la etapa 1. El saldo neto de emisiones contaminantes no cubierto con permisos acarrea la penalidad. El problema de las firmas en el mercado de permisos está dado por el programa (4)

$$\begin{aligned} \underset{x_i}{Max} \quad & \Pi_i = P(q_1 + q_2)q_i - c_i(q_i) - \tau * x_i - \mathbb{1}_{\{rq_i - \alpha_i A \geq x_i\}} \gamma(rq_i - \alpha_i A - x_i) \\ & s.a. \quad - x_i \leq \alpha_i A \end{aligned} \tag{4}$$

El programa (4) muestra que la penalización se activa únicamente si la firma no logra cubrir la totalidad de sus emisiones contaminante con permisos. La restricción del programa (4) limita la oferta de derechos de contaminación hasta el monto total de permisos recibidos.

Los problemas de optimización previos pueden ser resueltos mediante inducción hacia atrás, iniciando desde la última etapa de interacción.

2.2. Segunda etapa

De la solución al programa (4) en el apéndice 5.3, se obtienen los siguientes resultados para la firma $\boldsymbol{i}$.

Lema 2.1 *Considere que $rq_i - \alpha_i A \geq x_i$ la cantidad comprada o vendida de permisos por la firma $\boldsymbol{i}$ es:*

$$x_i = \begin{cases} -\alpha_i A & si \quad \tau \geq \gamma'(rq_i) \\ x_i(\tau) & si \quad \tau \in (\gamma'(0), \gamma'(rq_i)) \\ rq_i - \alpha_i A & si \quad \tau = \gamma'(0) \end{cases}$$

Note que $x_i(\tau)$ satisface que $\tau = \gamma'(rq_i - \alpha_i - x_i)$, siendo esta la función de mejor respuesta de la firma $\boldsymbol{i}$ en el mercado de distribución. De lo anterior, para cualquier precio igual o superior al costo marginal de penalización ($\tau \geq \gamma'(rq_i)$), la firma esta dispuesta a vender la totalidad de los permisos otorgados, siendo una función de oferta inelástica. Ahora observe que para un precio de los permisos de contaminación $\tau = 0$ la firma desea comprar la totalidad de los permisos que le permiten cubrir el exceso de

[10] Tal como se muestra en el apéndice, diagrama (7) según la estrategia seleccionada por la firma $\boldsymbol{i}$ se generan cuatro posibles (interacciones), las cuales según sea el caso conducen a varios subjuegos definidos por la comparación entre el saldo neto de permisos de contaminación de la empresa 1 y 2.

contaminación, es decir, demanda a ese precio el saldo neto de emisiones contaminantes (Ω_i).

Proposición 2.1 *Si* $x_i > 0 \wedge \tau \in (\gamma'(0), \gamma'(rq_i))$, *el efecto de los precios sobre la cantidad demandada* $\dfrac{dx_i}{d\tau} < 0$

Demostración: Apéndice (5.3)

La proposición 2.1 implica que de ser cierto que el precio los permisos se encuentra dentro del intervalo señalado, la demanda será decreciente en el nivel de precios de los derechos de contaminación.

Proposición 2.2 *Si* $x_i < 0 \wedge \tau \in (\gamma'(0), \gamma'(rq_i))$, *el efecto de los precios sobre la cantidad ofertada* $\dfrac{dx_i}{d\tau} > 0$.

Demostración: Apéndice (5.3)

Contrario a la proposición (2.1), cuando el precio de los permisos se posiciona dentro del rango descrito, la función de oferta de permisos es creciente en el precio, por tanto, la firma está dispuesta a desprenderse de mayor cantidad de permisos, conforme el precio es mayor.

Otra rama a considerar es cuando el excedente de permisos de la firma $\boldsymbol{i}$ es superior a la cantidad de permisos negociados, en ese caso no existen costos de penalización en el problema de optimización (4), por tanto:

Lema 2.2 *Si* $rq_i - \alpha_i A \leq x_i$ *la cantidad de permisos* x_i *que maximiza el beneficio de la empresa será* $x_i = \Omega_i < 0$

Demostración: Utilizando el programa (4)

- Si $x_i > 0$, entonces $\dfrac{\partial \Pi_i}{\partial x_i} = -\tau \leq 0$
- Si Si $x_i < 0$, entonces $\dfrac{\partial \Pi_i}{\partial x_i} = \tau \geq 0$

Q.E.D

Siendo, $\forall\ \tau \geq 0$ los beneficios de la firma crecientes en la cantidad de permisos vendidos, hasta que $-\Omega_i = -x_i$; Por tanto, el lema (2.2) señala que cuando la empresa $\boldsymbol{i}$ cuenta con permisos excedentarios estará al menos indistinta de vender el total de su excedente a precio cero.

Ahora es posible determinar los equilibrios en intercambio x_i^*, dependientes de la cantidad de contaminación y los permisos otorgados en la primera etapa. Es necesario considerar que en equilibrio la cantidad comprada (vendida) de derechos de contaminación por la firma 1 es igual a la cantidad vendida (comprada) por la firma 2 ($x_1 = -x_2$).

Proposición 2.3 *Cuando $rq_1 + rq_2 \geq A$, $rq_1 - rq_2 \leq A$ y $rq_2 - rq_1 \leq A$, la cantidad de permisos de equilibrio es:* $x_i^* = \dfrac{(rq_1 - \alpha_1 A) - (rq_2 - \alpha_2 A)}{2}$ *y* $\tau^* = \gamma'\left(\dfrac{1}{2}(rq_1 + rq_2 - A)\right)$

Demostración: Apéndice (5.3)

La proposición 2.3 es válida cuando cantidad de permisos otorgados es menor al monto al conjunto de contaminación de ambas firmas y el equilibrio resultante se ubica por debajo del tramo inelástico de la función de demanda u oferta de pemisos de ambas firmas.[11] Nótese que los permisos intercambiados representan el punto medio entre el saldo neto de emisiones contaminantes de ambas firmas, siendo el ahorro en penalización obtenido de la solución de negociación dividido igualitariamente entre las firmas. Respecto al precio de equilibrio, su nivel viene dado por el costo marginal de penalización agregado,[12] el cual es creciente en la cantidad de emisiones de ambas firmas y decreciente en el monto total de permisos de emisión otorgado.

Corolario 2.1 *Dentro de la solución de la proposición 2.3*

$$x_i = \begin{cases} x_1 > 0 & si \quad rq_1 - \alpha_1 A > rq_2 - \alpha_2 A \\ \\ x_1 = 0 & si \quad rq_1 - \alpha_1 A = rq_2 - \alpha_2 A \\ \\ x_1 < 0 & si \quad rq_1 - \alpha_1 A < rq_2 - \alpha_2 A \end{cases}$$

Es fácil observar como la diferencia entre el saldo neto de emisiones contaminantes entre las firmas, determina la estrategia de la firma en el mercado de permisos de contaminación, coincidiendo con el análisis intuitivo del gráfico (8) del apéndice.

La acción de intercambiar permisos, conduce a un cambio en el balance de permisos de cada firma,[13] el cual permite compensar ante el regulador el nivel de contaminación generado.

Corolario 2.2 *Para una mayor cantidad de distribución de la firma i mayor será el balance óptimo de permisos de la firma i y menor será el balance de la empresa rival $-i$, entonces:*

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_i^*}{\partial q_i} &> 0 \\ \frac{\partial E_{-i}^*}{\partial q_i} &< 0 \end{aligned} \tag{5}$$

EL corolario 2.2 muestra que para un monto mayor de contaminación de la empresa i es conveniente acumular derechos de emisión, dado que el costo marginal de penalización es creciente en q_i, $(d^2\gamma(a_i)/d^2q_i > 0)$ y la tasa de crecimiento del precio de los permisos

[11] Si ambas firmas emiten tienen un $\Omega > 0$ la negociación es posible dada la diferencia entre los costos marginales de penalización $\gamma'(a_i)$, ver apéndice gráfico (8)

[12] Estos resultados demuestran y amplian lo encontrado intiutivamente por Fershtman et al. (1995)

[13] $E_i = \alpha_i A + \dfrac{(rq_1 - \alpha_i A) - (rq_2 - \alpha_i A)}{2}$

es constante en q_i $(\partial^2\tau^*/\partial^2 q_i = 0)$. Por el contrario, una mayor q_i aumenta el costo de oportunidad de la empresa rival de obtener beneficios vendiendo los permisos, generándose un efecto de sustituibilidad estratégica del mercado de distribución de producto por el de permisos de contaminación.

Proposición 2.4 *Para* $-\Omega_2 = -rq_2 + \alpha_2 A \geq rq_1 - \alpha_1 A = \Omega_1$, *la cantidad de permisos intercambiados en equilibrio será* $x_1^* = rq_1 - \alpha_1 A = -x_2^*$ *y* $\tau^* = 0$

Del lema 2.2 se conoce que para cualquier precio $\tau \geq 0$, la firma 2 está dispuesta a deshacerse de la totalidad de los permisos excedentes al nivel de contaminación y del lema 2.1 la firma 1 estaría dispuesta compensar todo su excedente de contaminación con permisos al precio $\tau = 0$, por tanto, el intercambio de equilibrio será la necesidad de permisos de la firma demandante $rq_1 - \alpha_1 A = x_1 = -x_2$

Proposición 2.5 *Cuando* $rq_2 - rq_1 \geq A$ *la cantidad de permisos intercambiados en equilibrio será* $x_1^* = -\alpha_1 A = -x_2^*$ *y* $\tau^* = \gamma'(rq_2 - A)$

Demostración: Apéndice (5.3)

La proposición 2.5 establece que al interceptar la función de de demanda a la función de oferta en el tramo inelástico, la firma compradora recibe la totalidad de permisos de la firma rival. El precio de equilibrio es creciente en el nivel de contaminación de la empresa compradora y decreciente en la cantidad total de permisos otorgados.

Proposición 2.6 *Cuando* $rq_1 - rq_2 \geq A$ *la cantidad de permisos intercambiados en equilibrio será* $x_2^* = \alpha_2 A = -x_1^*$ *y* $\tau^* = \gamma'(rq_1 - A)$

La misma intuición que la proposición 2.5, nuevamente el equilibrio se genera en la parte inelástica de la función de oferta de la empresa 2. Dado que los argumentos son similares se omite la demostración.

Proposición 2.7 *Cuando* $rq_1 - \alpha_1 A \leq x_1 \wedge rq_2 - \alpha_2 A \leq x_2$ *no existe intercambio de permisos* $x_i = 0$

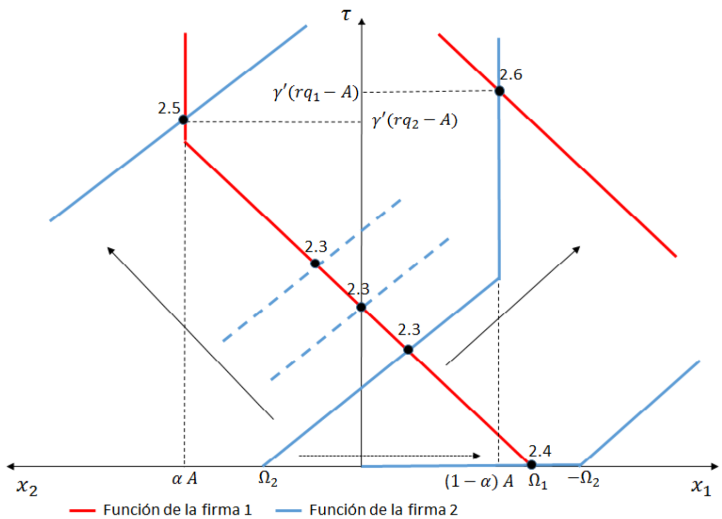
Bajo las condiciones del lema 2.2 ambas empresas maximizan beneficios desasiéndose de los permisos sobrantes, en tal escenario, no se produce intercambio entre las firmas.

EL gráfico (1) muestra los posibles equilibrios resultantes del intercambio de permisos entre ambas firmas. [14] cuando ambas firmas se ubican en el tramo decreciente (creciente) de sus respectivas funciones, el intercambio de permisos puede ir en ambas direcciones e inclusive no existir, según sea la diferencia entre los saldos netos de emisiones contaminantes entre las firmas. El equilibrio en la parte inelástica de la función de oferta punto (2.5) o (2.6) se produce cuando las firmas son lo suficientemente asimétricas, tal que para un precio de los permisos superior al pago en penalización de la firma $\boldsymbol{i}$, la mejor acción de la firma $\boldsymbol{i}$ es

[14] Para una mejor visualización se omite el equilibrio para el cual la firma 1 transfiere los permisos a un precio $\tau^* = 0$

vender todos los permisos recibidos y la mejor opción del rival es acaparar todo los permisos del mercado. El punto (2.4) indica que la firma 2 tiene permisos excedentarios por lo que su función de mejor respuesta considera únicamente el tramo donde es oferente de permisos, donde se observa que si la intersección con la demanda de la firma rival se genera por debajo de la cantidad en exceso el intercambio se realiza a $\tau^* = 0$.

Figura 1: Posibles intercambios en el mercado de permisos de contaminación



– Equilibrio 2.3: Corresponde a la proposición 2.3 y corolario 2.1
– Equilibrio 2.4: Corresponde a la proposición 2.4
– Equilibrio 2.5: Corresponde a la proposición 2.5
– Equilibrio 2.6: Corresponde a la proposición 2.6

Antes de ir a la resolución de la primera etapa, es importante discutir cómo los resultados de los diferentes equilibrios en el mercado de permisos de emisión, perturban la decisión de distribución de producto de ambas firmas en el mercado aguas arriba, generando cuatro posibles estrategias (zonas), para la firma $\boldsymbol{i}$ dada la acción de la firma rival y la combinación de parámetros que afectan la cantidad de distribución q_1.[15]

- Caso I: Se sitúa por debajo de la diagonal (D,E) del gráfico (2), restringiendo cantidad agregada de distribución a $rq_1 + rq_2 \leq A$. La optimización dentro del programa (3) se realiza en base a los resultados de τ^* y x_i^* de las proposiciones 2.4 y 2.7.

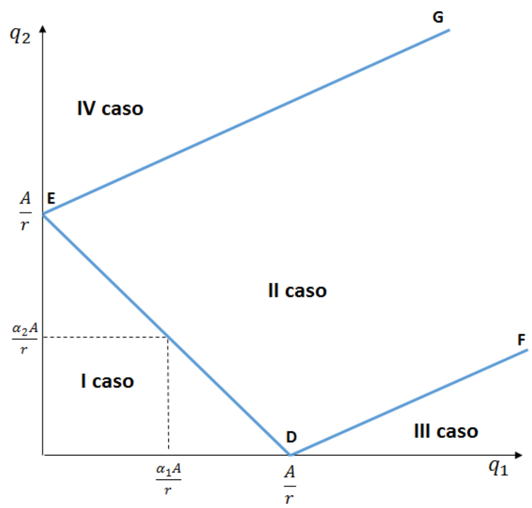
- Caso II: Provisto por los resultados en el mercado de intercambio τ^* y x_i^*, descritos en las condiciones de la proposición 2.3. La maximización de beneficios de la firma $\boldsymbol{i}$ en la primera etapa esta restringida a: $rq_1 + rq_2 \geq A$ y $rq_1 - rq_2 \leq A$ cuando $q_2 \leq \frac{A}{r}$ y $rq_1 + rq_2 \geq A$, $rq_2 - rq_1 \leq A$ para $q_2 \geq \frac{A}{r}$.

- Caso III: Se ubica por debajo de la diagonal (D,F) en la cual $rq_1 - rq_2 \geq A$, en base a los valores de equilibrio de la proposición 2.6.

[15]Es fácil notar como se pueden plantear los mismos casos para $q_2(q_1)$

- Caso IV: Se posiciona sobre la diagonal (E,G), donde se toma en cuenta para la resolución del programa (3) los valores de intercambio τ^* y x_i^* definidos en la proposición 2.5.

Figura 2: Problemas de optimización en la primera etapa según los resultados del intercambio de permisos.



Note del gráfico (2) como la existencia de un mercado de intercambio de permisos de contaminación amplia la región de donde se puede distribuir q_i sin tomar en cuenta los costos de penalización, lo cual sin un mercado de permisos se restringe exclusivamente a la cantidad de permisos recibidos individualmente. Este planteamiento está acorde con Sartzetakis (1997) el cual demuestra la existencia de un mayor bienestar producto del intercambio de permisos, no siendo posible bajo un sistema de regulación sin negociación.

2.3. Primera etapa

La firmas toman en cuenta los resultados ocurridos en el mercado aguas abajo, donde los casos de equilibrio encontrados indican el número de estrategias a considerar en el mercado oligopólico de distribución de producto bajo competencia de Cournot. Donde la firma $\boldsymbol{i}$ tiene información perfecta tanto del monto de distribución q_{-i} como el nivel de permisos asignados a la firma rival $\boldsymbol{-i}$.

Supuesto 2.3 *La forma funcional de las siguientes funciones es:*

- *Sea la función de demanda inversa* $P(Q) = a - b(q_1 + q_2)$, *donde* $a > 0$ *y* $b > 0$
- *Sea* $\gamma(a_i) = \dfrac{\mu a_i^2}{2}$, *donde* $\mu > 0$

El supuesto 2.3 establece que la función de demanda de $\boldsymbol{Q}$ es lineal, con ello se asegura que los efectos de segundo orden son cero. El segundo supuesto mantiene la existencia una tasa de penalización creciente en a_i y contempla el efecto del parámetro μ sobre la unidad de contaminación no cubierta con permisos en la primera condición.

Los resultados de la segunda etapa son sustituidos en el programa (3),[16] donde se puede obtener la mejor respuesta de la firma $\boldsymbol{i}$ en cada cada caso, la cual difiere según la combinación de los parámetros $\{a, c_i, b, r, \alpha_i, A, \mu\}$, obteniéndose diferentes posiciones de la función de reacción local en relación a las restricciones que delimitan los diferentes problemas de optimización.[17] [18]

1 Caso I: La solución hallada está restringida a $q_2 \leq \frac{A}{r}$,[19], en donde la contaminación de ambas firmas no supera la cantidad total de permisos disponibles. De la ecuación (41) de la solución del programa (3), sea:

$$q_1^{f1}(q_2) = \frac{a - c_1 - bq_2}{2b} \tag{6}$$

La función de reacción local, donde para distintas combinaciones de parámetros se pueden obtener tres acciones posibles:

Lema 2.3 *Cuando la función de reacción del caso I se encuentra por debajo de la restricción* $q_1(q_2) = \dfrac{A - rq_2}{r}$*, entonces:*

$$q_1(q_2) = \begin{cases} 0 & si \quad q_2 \geq \dfrac{a - c_1}{b} \\ \\ \dfrac{a - c_1 - bq_2}{2b} & si \quad q_2 < \dfrac{a - c_1}{b} \end{cases}$$

Suponga una combinación de parámetros donde para cualquier q_2 la función de mejor respuesta de la firma 1 a se encuentra en el gráfico (2) por debajo de la diagonal (D,E), la cual representa el monto máximo de producción combinada que no genera costos de penalización. El lema (2.3) indica que la mejor respuesta de la firma es similar al resultado de un modelo clásico de Cournot. El intercambio en el mercado de permisos, permite a la firma compensar el excedente de contaminación sin generar algún costo o ingreso que se refleje en la función de reacción local.

Note como la cantidad de permisos $\boldsymbol{A}$ no afecta directamente la función de mejor respuesta del caso I, pero indirectamente ocasiona el desplazamiento de la restricción pertinente al caso, lo cual puede reducir la posibilidad que la función de reacción local se ubique dentro del área señalada.

[16]Resolución ver apéndice 5.4, los resultados son simétricos para la firma 2 por lo que se omite

[17]Se define como función de reacción local para la firma $\boldsymbol{i}$, la resultante de la resolución del problema de optmización en cada zona

[18]Ver apéndice gráfico 9

[19]Para un valor superior de q_2 la mejor respuesta del caso es $q_1 = 0$

Lema 2.4 *Cuando la función de reacción del caso I intercepta la restricción* $q_1(q_2) = \dfrac{A - rq_2}{r}$, *entonces:*[20]

$$q_1(q_2) = \begin{cases} \dfrac{a - c_1 - bq_2}{2b} & si \quad \dfrac{a - c_1 - bq_2}{2b} < \dfrac{A - rq_2}{r} \\ \\ \dfrac{A - rq_2}{r} & si \quad \dfrac{a - c_1 - bq_2}{2b} \geq \dfrac{A - rq_2}{r} \end{cases}$$

Observe en el gráfico (2) que para un conjunto de parámetros, cuando la función de reacción del caso I se posiciona por debajo de la restricción denotada por la diagonal (D,E), la mejor opción que tiene la firma es situarse sobre la función de reacción local, para el tramo donde esta se posiciona a la derecha de la restricción, entonces la mejor elección de la firma 1 es situarse sobre la restricción.

Lema 2.5 *Si* $\dfrac{a - c_1 - bq_2}{2b} \geq \dfrac{A - rq_2}{r}$, *entonces* $q_1(q_2) = \dfrac{A - rq_2}{r}$

El lema (2.5) implica que para una combinación de parámetros, si la función de reacción pasa sobre la restricción del caso, la mejor respuesta dentro del caso para la firma 1 se sitúa sobre la restricción.

2 Caso II: Evalúa el programa (3) con los resultados de la negociación en la segunda etapa (proposición 2.3), en la cual las firmas intercambian permisos en tramo decreciente (creciente) de la función de demanda (oferta) de permisos de contaminación. Para diferentes juegos, de parámetros se pueden obtener cuatro ramas de mejor respuesta dentro del caso.

De la resolución del problema (3) para el caso II, se obtiene la ecuación (46) que es la función de mejor respuesta local de la firma 1:

$$q_1^{f2}(q_2) = \frac{4(a - c_1) + A\mu r(1 + 2\alpha_1) - (\mu r^2 + 4b)\, q_2}{(3\mu r^2 + 8b)} \tag{7}$$

Lema 2.6 *Cuando* $q_1^{f2}(q_2) \leq \frac{A - rq_2}{r}$, *entonces:* $q_1(q_2) = \frac{A - rq_2}{r}$

El lema (2.6) señala que si la función de reacción local de la firma 1 se ubica por debajo de la diagonal (D,E), la firma tendrá como mejor respuesta ubicarse en la cantidad de distribución de producto que se obtiene sobre la restricción.

[20]Dado la complejidad de las funciones de reacción, resulta mas intuitivo dejar expresado el condicional de $q_1(q_2)$ implícitamente, sin despejar y hacer explicito un valor de q_2

Lema 2.7 *Cuando $q_1^{f2}(q_2)$, intercepta las restricciones: $q_1(q_2) = \frac{A-rq_2}{r}$ y $q_1(q_2) = \frac{A+rq_2}{r}$, entonces:*

$$q_1(q_2) = \begin{cases} \dfrac{A-rq_2}{r} & si \quad q_1^{f2}(q_2) \leq \dfrac{A-rq_2}{r} \\ \\ q_1^{f2} & si \quad q_1^{f2}(q_2) > \dfrac{A-rq_2}{r} \\ \\ \dfrac{A+rq_2}{r} & si \quad q_1^{f2}(q_2) \geq \dfrac{A+rq_2}{r} \end{cases}$$

Note en el gráfico (2) que para que las condiciones del lema (2.7) se cumplan, debe ser cierto que $q_2 \leq A/r$. Donde la mejor respuesta del caso $q_1(q_2)$ cambia entre las posibles opciones conforme se posiciona entre las restricciones involucradas. Otro punto a tomar en cuenta, es el efecto sobre la función de reacción local (7) de α_1 y $\boldsymbol{A}$, donde un cambio en la magnitud de cualquiera de estos parámetros exógenos, afecta en igual sentido la función de reacción local, para cualquier q_2.

Lema 2.8 *Cuando $q_1^{f2}(q_2)$, intercepta las restricciones $q_1(q_2) = \frac{rq_2-A}{r}$ y $q_1(q_2) = \frac{A-rq_2}{r}$ entonces:*

$$q_1(q_2) = \begin{cases} \dfrac{rq_2-A}{r} & si \quad q_1^{f2}(q_2) \leq \dfrac{rq_2-A}{r} \\ \\ q_1^{f2}(q_2) & si \quad q_1^{f2}(q_2) > \dfrac{rq_2-A}{r} \ y \ q_1^{f2}(q_2) > \dfrac{A-rq_2}{r} \\ \\ \dfrac{A-rq_2}{r} & si \quad q_1^{f2}(q_2) \leq \dfrac{A-rq_2}{r} \end{cases}$$

El lema (2.8) es posible para $q_2 \geq A/r$, donde la mejor respuesta local de la firma 1, cuando la función de reacción esta sobre la diagonal (E,G) y a la izquierda diagonal (E,D) es situarse en la restricción respectiva. Asimismo, cuando $q_1^{f2}(q_2)$ se sitúa a la derecha de $q_1(q_2)$ de las restricciones, sera la función de reacción local la mejor opción dentro del caso.

Lema 2.9 *Cuando $q_1^{f2}(q_2)$, intercepta las restricciones $q_1(q_2) = \frac{rq_2-A}{r}$ y $q_1(q_2) = \frac{A+rq_2}{r}$ entonces:*

$$q_1(q_2) = \begin{cases} \dfrac{rq_2-A}{r} & si \quad q_1^{f2}(q_2) \leq \dfrac{rq_2-A}{r} \\ \\ q_1^{f2}(q_2) & si \quad q_1^{f2}(q_2) > \dfrac{rq_2-A}{r} \ y \ q_1^{f2}(q_2) < \dfrac{A+rq_2}{r} \\ \\ \dfrac{A+rq_2}{r} & si \quad q_1^{f2}(q_2) \geq \dfrac{A+rq_2}{r} \end{cases}$$

Similar al lema (2.8), este lema es posible para $q_2 \geq A/r$, cuando $q_1^{f2}(q_2)$ es inferior a $q_1(q_2)$ de la restricción representada por la diagonal (E,G), la mejor respuesta del caso es ubicarse en la restricción, Si $q_1^{f2}(q_2)$ esta justo entre los valores de intervalo de $q_1(q_2)$ de las restricciones, entonces la función de reacción es la mejor respuesta local y cuando $q_1^{f2}(q_2)$ es superior al valor de $q_1(q_2)$ de la diagonal (D,F), estar en la restricción es la mejor acción para la firma 1.

3 Caso III: Representa la estrategia de distribución de producto, cuando la negociación de permisos se produce en la parte inelástica de la función de oferta de la firma 2. La resolución del programa (3) para el equilibrio de la proposición (2.6), arroja la función de reacción local. (49)[21]

$$q_1^{f3}(q_2) = \frac{a - c_1 + \mu r(1-\alpha_2)A - bq_2}{\mu r^2 + 2b} \tag{8}$$

Lema 2.10 *Si* $q_1^{f3}(q_2) \leq \dfrac{A + rq_2}{r}$, *entonces* $q_1(q_2) = \dfrac{A + rq_2}{r}$

Tome en cuenta un grupo de parámetros tal que para cualquier q_2 la función de mejor respuesta del caso III se posiciona la izquierda de la diagonal (D,F) del gráfico (2), por lo que la mejor respuesta de la firma para este caso es posicionarse sobre la restricción $q_1(q_2) = \dfrac{A + rq_2}{r}$.

Lema 2.11 *Si* $q_1^{f3}(q_2)$ *se intercepta con* $q_1(q_2) = \dfrac{A + rq_2}{r}$ *entonces:*

$$q_1(q_2) = \begin{cases} \dfrac{A + rq_2}{r} & si \quad q_1^{f3}(q_2) \leq \dfrac{A + rq_2}{r} \\ \\ q_1^{f3} & si \quad q_1^{f3}(q_2) > \dfrac{A + rq_2}{r} \end{cases}$$

Para valores de q_2 cuando la función de reacción del caso III se ubica a la izquierda de la restricción, la mejor respuesta local de la firma 1 es ubicarse sobre el segmento (D,F), de lo contrario, la mejor opción corresponde a situarse en la función de reacción q_1^{f3}.

El efecto del mercado de regulación medioambiental sobre la función de reacción local depende del tamaño de α_2 parámetro que representa la porción de permisos comprados. Para $\alpha_2 < 1$ una mayor cantidad de permisos $\boldsymbol{A}$ aumenta la cantidad de producto que está dispuesta a distribuir la firma 1 para un nivel cualquiera de q_2, dentro de las restricciones del caso.

[21] Ver apéndice 5.4

4 Caso IV: Esta determinado por el resultado en el mercado de permisos cuando la firma 1 decide vender la totalidad de permisos recibidos a la firma 2, note en las condiciones de la resolución del caso e intuitivamente en el gráfico (2), que este caso es solo es posible cuando $q_2 \geq \frac{A}{r}$.[22]

La función de reacción local, ecuación (52) obtenida en la resolución del problema 3, es definida:

$$q_1^{f4} = \frac{a - c_1 - bq_2}{\mu r^2 + 2b} \tag{9}$$

Lema 2.12 *Cuando $q_2 \geq \frac{A}{r}$, entonces $q_1(q_2)$ para el caso IV es:*

$$q_1(q_2) = \begin{cases} 0 & si \quad q_2 \geq \dfrac{a - c_1}{b} \\[2ex] \dfrac{a - c_1 - bq_2}{\mu r^2 + 2b} & si \quad q_2 \geq \dfrac{a - c_1}{b} \\[2ex] \dfrac{rq_2 - A}{r} & si \quad \dfrac{a - c_1 - bq_2}{\mu r^2 + 2b} \geq \dfrac{A - rq_2}{r} \end{cases}$$

El lema 2.12 muestra que la mejor respuesta local de la firma 1, cuando $q_2 < (a - c_1)/b$ es situarse en la función de reacción hasta la intercepción con la diagonal (E,G), donde la mejor respuesta cambia a ubicarse sobre la restricción. Es relevante observar como la función de reacción para el caso IV no depende de la proporción de permisos recibidos, únicamente recoge el efecto de la penalización por unidad de contaminación (μr) el cual reduce las cantidades de q_1 para cualquier nivel de q_2.

Antes de continuar, es importante discutir como la existencia de igualdad de costos entre las firmas impide que el equilibrio se realice dentro de las zonas del caso III y IV.

Igualdad de costos

La igualdad en costos en la distribución de $\boldsymbol{Q}$, impide la existencia de un equilibrio de Nash dentro de los casos III y IV, los cuales provienen de los resultados encontrados en el mercado de permisos de emisión cuando el intercambio se genera en la parte inelástica de la función de oferta.

Proposición 2.8 *Si $c_1 = c_2$, no es posible que la cantidad de equilibrio q_1^e y q_2^e estén dentro de la zona del caso III o IV, por tanto, $q_1^e < \dfrac{A + q_2^e}{r}$ o $q_1^e > \dfrac{q_2^e - A}{r}$*

De la proposición (2.6) se conoce que para que el equilibrio de intercambio de permisos se ubique en la parte inélastica, debe cumplirse que: $rq_1^e - rq_2^e \geq A$.

[22] Ver apéndice 5.4 caso IV

Demostración completa: Apéndice 5.4

Al sustituir q_1^e y q_2^e, obtenidas de la funciones de reacción del caso III en la condición de la proposición (2.6), se tiene:

$$\frac{A\alpha_1 \mu r^2}{b + \mu r^2} \geq A \tag{10}$$

Dado que $\alpha_1 \in [0, 1]$, entonces:

$$\frac{-Ab - A\mu r^2(1 - \alpha_1)}{b + \mu r^2} < 0 \tag{11}$$

Por tanto, $rq_1^e - rq_2^e < A$, siendo no satisfecha la condición para el caso III con igualdad de costos,[23] esto implica que cuando las firmas tienen la misma eficiencia en la distribución del producto, no es posible un equilibrio de Nash que conduzca a una negociación de permisos de contaminación en el tramo inelástico de la función de oferta, es decir, no existirá un τ en el mercado de permisos que incentive a una de las firmas a intercambiar la totalidad de los permisos que posee y a la firma rival a generar un balance de permisos igual a la cantidad total de permisos disponibles ($E_i = A_i$).

En la siguiente sección se introduce un ejemplo para ilustrar la relación de los puntos previos, en particular, se muestra los cambios en el equilibrio ante acciones del regulador.

3. Ejercicio Numérico

La cantidad de acciones posibles descritas para cada caso, no permite determinar una forma cerrada de la función de mejor reacción de la firma $\boldsymbol{i}$ para cualquier grupo de parámetros. Por tanto, para ilustrar la sensibilidad del equilibrio a cambios específicos en α y $\boldsymbol{A}$, se realiza un ejercicio numérico el cual parte de los siguientes valores iniciales para los parámetros del modelo:

a	b	c_1	c_2	r	μ	α_i	A
35	2	10	10	1	1	0.5	2

Los valores iniciales supuestos, indican que las empresas se encuentran en un mercado regulado a través de costos a las emisiones contaminantes y donde ambas firmas tienen la misma eficiencia en la distribución del producto. En este contexto se computa la función de reacción de la firma 1 para cada caso dado un q_2 de la firma rival; donde se obtiene que la mejor respuesta bajo el caso I de la firma 1 es la caracterizada por el lema 2.5, $\forall\, q_2 \leq 2$, en el caso II por el lema 2.9, para el caso III por el lema 2.11 y para el caso IV por el lema 2.12, $\forall\, q_2 \geq 2$.[24]

[23] Se omite la demostración para el caso IV por ser idéntico el planteamiento

[24] Estos mismo lemas también describen la mejor respuesta de la firma 2 en función de q_1

Con la mejor respuesta $\forall\, q_2 \in \mathbb{R}^+$ en cada caso, la función de mejor respuesta general de la firma 1 se extrae numéricamente de comparar el beneficio máximo de cada caso para un valor dado de q_2, siendo la cantidad de distribución q_1 resultante la que representa el dominio del valor máximo de los beneficios de la firma en cada valor posible de q_2.

Lema 3.1 *Para los parámetros dados la función de mejor respuesta de la firma 1 es:*

$$q_1(q_2) = \begin{cases} 0 & si \quad q_2 \geq 12,500 \\ 5 - \dfrac{2}{5}q_2 & si \quad q_2 \in [5,036; 12,500] \\ \dfrac{104}{19} - \dfrac{9}{19}q_2 & si \quad q_2 \in [2,357; 5,036] \\ 2 + q_2 & si \quad q_2 \in [2,286; 2,357] \\ \dfrac{26}{5} - \dfrac{2}{5}q_2 & si \quad q_2 \leq 2,286 \\ 5,2 & si \quad q_2 = 0 \end{cases}$$

Con lema 3.1 es posible construir el gráfico (3) el cual muestra la mejor respuesta de la firma 1 para distintos valores de q_2, dicha mejor respuesta indica que para valores de $q_2 \leq 2,286$ la firma 1 se posiciona en valores de q_1 pertenecientes al caso III, en donde en una segunda etapa estaría dispuesta a comprar la totalidad de los permisos de la firma rival. Para Valores superiores de q_2 la mejor respuesta es ubicarse dentro del caso II, siendo determinado la cantidad de permisos intercambiados por el saldo netos de emisiones contamines y cuando $q_2 \in [5,036; 12,500]$ la mejor respuesta de la empresa 1 es estar dentro del caso IV, donde estaría dispuesta a desprenderse de todos los permisos en una segunda etapa.[25]

Una vez encontrada la función de reacción para 1 y 2 se pude obtener el equilibrio de Cournot del mercado oligopólico de distribución de producto. Tal como se observa en el gráfico (3) el equilibrio se ubica dentro del caso II, donde el único valor que satisface el lema 3.1 para ambas firmas es $q_1 = q_2 = 3,714$. En este punto ambas firmas tienen el mismo saldo neto de emisiones contaminantes $\Omega_1 = \Omega_2 = 2,714$, por tanto el déficit de permisos de contaminación es compensado mediante el pago de penalización.

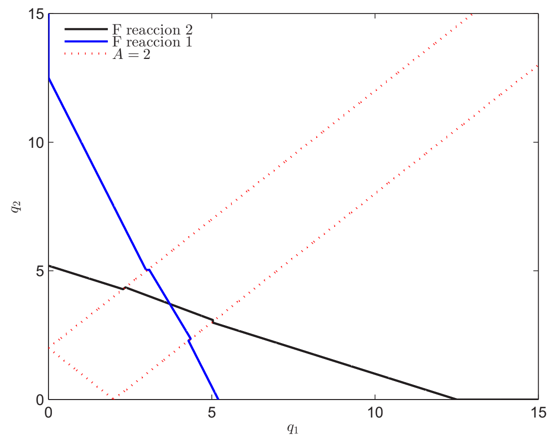
Es de interés estudiar como la función de mejor respuesta de la firma 1 no es continua, produciéndose un salto en la función $q_1(q_2)$ ante una pequeña variación de la cantidad distribuida de la firma rival.[26] El gráfico (3) muestra como la función de reacción deja de ser continua en la vecindad donde la solución interior se aproxima a la solución de esquina del caso, contemplado por la reducción de la diferencia entre los benéficos máximos entre lo casos para un q_2 dado, haciendo factible que ante una pequeña perturbación de la cantidad

[25] Dada la simetría planteada la función de mejor respuesta de la firma 2 es idéntica

[26] Este análisis es valido para la función de reacción de la firma 2

producida de la firma rival se produzca un salto en la mejor respuesta de la firma 1. [27]

Figura 3: Funciones de mejor respuesta para A=2 y $\alpha_i = 0{,}5$

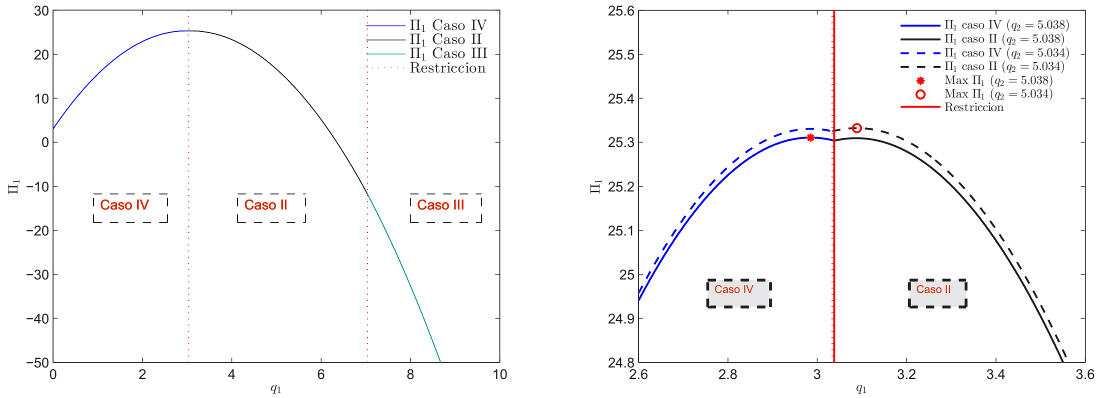


El gráfico (4.a) describe la función de beneficios de la firma 1 en términos de q_2, donde se aprecia que existe continuidad en la función objetivo (3) que describe los beneficios de la firma 1 en término de q_1 y q_2, tal como se indicó con anterioridad donde se encuentra el punto máximo de dicha función representa el valor de q_1 que corresponde a la mejor respuesta de la firma 1 para un valor dado de q_2. A manera de facilitar la comprensión, se construye numéricamente el perfil de los beneficios de la firma 1 para una pequeña perturbación de q_2 en el punto donde se produce el salto descrito de la función de mejor respuesta ($q_2 = 5,362$).

Cuando $q_2 = 5{,}038$ la función de beneficios alcanza su punto máximo en $q_1 = 2{,}985$ perteneciente a la mejor respuesta para el caso IV. Tal como muestra el gráfico (4) Una pequeña reducción de $q2 = 5{,}034$, representada en magnitud por el movimiento de la restricción entre el caso IV y II, sitúa el máximo beneficio de la firma 1 dentro del caso II, siendo la mejor respuesta $q_1 = 3{,}089$. Este ejemplo ilustra el salto observado en la función de mejor respuesta descrita por el lema (3.1). Por tanto, para cualquier valor de q_2 la función objetivo es continua en q_1 y q_2. Debe notarse sin embargo que esta no es la función relevante a la hora de realizar la construcción de la curva de mejor respuesta puesto que la misma no recoge información alguna sobre el óptimo. Se debe considerar en cambio la función máximo del problema de la firma 1. La misma si resulta discontinua para ciertos valores de q_2 como se puede apreciar en el gráfico (4.b) en donde una pequeña perturbación de q_2 desplaza de forma discreta el valor de q_1 de la función de reacción de la firma 1, dado que el beneficio máximo pasa de un caso a otro.

[27]Ver apéndice gráfico (10)

Figura 4: Función de beneficios de la firma 1



(a) Función de benéficos para $q_2 = 5{,}038$ (b) Cambio en la función de beneficios

Cambio en la cantidad total de permisos

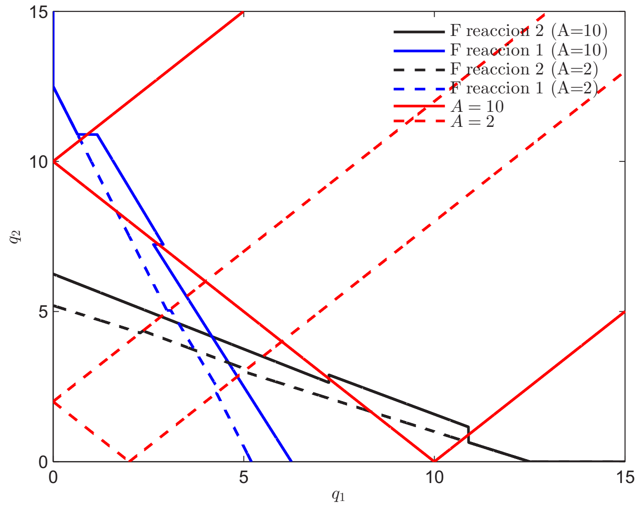
1 Cuando $\alpha_1 = \alpha_2$: La cantidad de permisos disponibles ($\boldsymbol{A} = 10$) sobrepasa la cantidad máxima que están dispuestas a distribuir las firmas de manera individual, situándose el equilibrio dentro la región del caso I y dada la igualdad de costos entre las empresas se produce sobre la linea de 45°, donde $q_1 = q_2$. [28]

Cuando el regulador disminuye la cantidad de permisos otorgados $\boldsymbol{A} = 2$, genera dos efectos: 1) desplaza las restricciones achicando la zona donde es posible el caso I; y 2) ante el cambio cambio en $\boldsymbol{A}$ la mejor respuesta de las firmas es reducir de forma conjunta la cantidad de distribución $\boldsymbol{Q}$, desplazándose a través de la linea de 45°, hasta ubicarse en el área del caso II. Tal como se desprende del corolario 2.1, la interacción de las firmas en el mercado aguas abajo cuando $\Omega_1 = \Omega_2$ no produce intercambio de permisos; siendo compensado el excedente polución con el pago de penalización.

Es de interés observar,[29] como el movimiento de $\boldsymbol{A}$ repercute sobre los beneficios de la firma. Si el nivel de permisos es muy bajo la firma $\boldsymbol{i}$ debe pagar penalidad por la mayoría de las emisiones contaminantes, contrariamente, una mayor cantidad total de permisos se equipara a una reducción en los costos, por lo que la mejor respuesta de la firma es incrementar q_i para cualquier cantidad dada de la firma rival, este movimiento eleva $\boldsymbol{Q}$ y disminuye el precio del mercado, donde el incremento en el beneficio viene dado por el ahorro en penalización.

[28] Ver gráfico 5
[29] Ver apéndice gráfico 11

Figura 5: Funciones de mejor respuesta con $\alpha_1 = 0{,}5$



2 Cuando $\alpha_1 = 0{,}05$: En un primer instante, cuando es dado a las firmas una gran cantidad de permisos totales ($\boldsymbol{A} = 10$), el equilibrio se ubica en el caso I para cuando la contaminación es ignorada, en tal sentido, la imposición de la regulación no afecta ni el equilibrio de mercado ni la contaminación general.

En un segundo instante, la disminución del monto de permisos desplaza las restricciones, situándose el equilibrio en la zona del caso II, donde la firma que posee la mayor cantidad de derechos distribuye más producto en términos relativos. Note en los gráficos (12) y (13) del apéndice que cuando la reducción en la cantidad de permisos, ubica el equilibrio justo sobre la restricción donde la penalización esta activa, la mejor respuesta de la firma 1 es reducir bruscamente q_1, contrariamente la firma 2 la cual posee gran parte los permisos tiene como mejor respuesta cubrir parte de la cantidad no distribuida por q_1, en el neto cae la cantidad total $\boldsymbol{Q}$, lo que eleva el precio, aumenta los beneficios de q_2 y reduce los de q_1. También es de interés observar, como a medida que los permisos no son suficientes la firma 2 también se ve obligada a reducir la cantidad distribuida y la firma 1 dada la simetría en costos se favorece mejorando la participación de mercado y los beneficios.

Cuando las firmas tienen costos iguales la diferencia en la proporción de permisos determina el nivel del saldo de emisiones contaminantes Ω_i y sentido del intercambio de permisos, yendo los permisos desde la firma 2 a la firma 1, donde la firma monopólica tiene como incentivo para intercambiar el apropiarse de la mitad del ahorro en penalización.

Cambio en la proporción de permisos

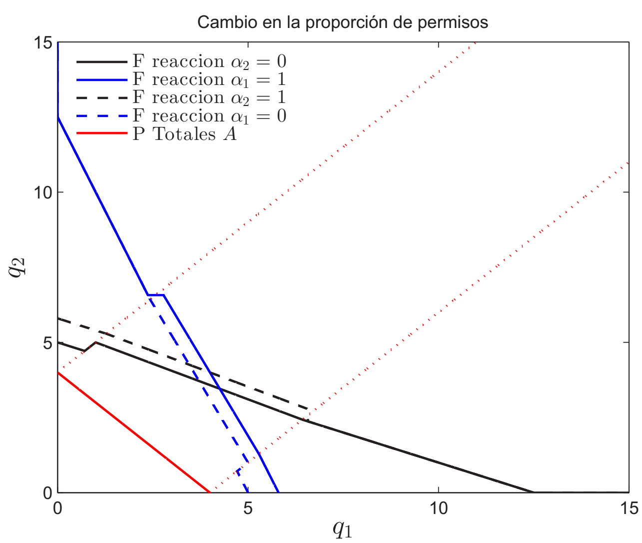
Cuando la cantidad de permisos totales es fija, es relevante estudiar el efecto de la distribución de permisos de emisión sobre el equilibrio de Cournot de la primera etapa y las repercusiones sobre el mercado de distribución.

1 Si $rq_1 + rq_2 \leq A$: El equilibrio se ubica en el caso I, donde un cambio en la distribución de los derechos de emisión no genera ningún efecto sobre el nivel de contaminación ni de producto. Ambas firmas tienen como mejor respuesta situarse por debajo de la diagonal, que representa la cantidad de permisos totales. [30]

La variación de las proporciones de los derechos de emisión, puede llevar a una de las firmas a requerir permisos de contaminación para poder distribuir la cantidad de equilibrio, a la vez, la otra firma tendrá una cantidad mayor de permisos, pero la mejor respuesta dado los demás parámetros sigue siendo ubicarse en el caso I, por ende, las firma intercambian permisos en el mercado de emisiones, obteniéndose el equilibrio señalado por la proposición 2.4, donde la firma que ahora posee más permisos excedentes está dispuesta a deshacerse de ellos a un precio $\tau^* = 0$.

2 Si $rq_1 + rq_2 > A$: El nivel de permisos disponibles es inferior al monto de emisiones contaminantes, la redistribución de los derechos de emisión genera un incremento de q_i en la firma que recibe la mayor proporción de permisos, siendo equilibrado por una caída en las cantidades distribuidas de la firma rival, lo que desplaza el equilibrio de Cournot. Note en el gráfico 6 como el cambio de la relación de q_1 y q_2 se produce sobre la tangente a la cantidad de permisos totales por lo que Q y por consiguiente la cantidad de contaminación no cambian.

Figura 6: Funciones de mejor respuesta



El nivel de α_i está relacionado positivamente con el nivel de beneficios de la firma $\boldsymbol{i}$, es sencillo notar que cuando $\alpha_1 = \alpha_2$ es el único punto donde ambas firmas tienen

[30] La función de reacción del caso 1 (ecuación 41), no depende del parámetro α_i

el mismo beneficio.[31]. Los resultados de la primera etapa implican que si las firmas tienen la misma eficiencia en la distribución del producto, el intercambio en el mercado de licencias de contaminación será determinado únicamente por el valor de α_i. a) si $\alpha_i < 0{,}5$ la firma $\boldsymbol{i}$ comprara permisos $x_i^* > 0$, caso contrario, b) si $\alpha_i > 0{,}5$ el equilibrio se produce en el tramo creciente de la función de demanda de permisos de $\boldsymbol{i}$ por lo que $x_i^* < 0$.

El supuesto de igualdad en los costos de distribución limita el resultado a situarse dentro del caso 1 y 2, por tanto, es de interés evaluar el impacto de las decisiones del regulador cuando las firmas son asimétricas.

Desigualdad de costos

Se mantienen los parámetros señalados anteriormente y en adelante se supondrá que $c_2 = 20$, tal que $c_2 > c_1$, siendo ahora la firma 1 más eficiente en la distribución del producto $\boldsymbol{Q}$.

- Cambio en $\boldsymbol{A}$: Cuando las firmas tienen asimetría en los costos de distribución, una reducción del monto de permisos emisión ($\boldsymbol{A} = 10$ a $\boldsymbol{A} = 2$), traslada el equilibrio de la zona del caso I y los sitúa en el caso III,[32] donde en el mercado de permisos de emisión la firma 2 transfiere la totalidad de los permisos a la firma mas eficiente en producción. Note que la firma 2 tiene mejores beneficios, cuando el monto de permisos es escaso, debido a 1) Cuando cae $\boldsymbol{A}$ la mejor respuesta de la firma 1, con saldo neto de emisiones contaminantes positivo es reducir q_1, lo que incrementa el precio final, contrariamente la firma 2 cuenta con permisos excedentes, lo que le permite incrementar su participación de mercado 2) Dado que la caída en q_1 es menor a la reducción de $\boldsymbol{A}$ la empresa 1 esta dispuesta a pagar un mayor precio por la cantidad de permisos que posee la firma 2.[33]

- Cambio en α_i: Cuando el regulador otorga el monopolio de los permisos a la firma 2, mejora su competitividad en el mercado, dado que la firma 1 debe compensar la contaminación generada comprando permisos o pagando la penalización lo que implica un costo adicional, por tanto, el equilibrio se sitúa en el caso II. Posterior, cuando los permisos son redistribuidos, la mejor opción que tiene la firma 2, debido al incremento de sus costos es reducir q_2 y transferir la totalidad de sus derechos a la firma mas eficiente en producción, sitúandose el equilibrio en la zona del caso III.

  Cuando las firmas se encuentran en la zona del caso III, la redistribución de permisos si tiene efecto sobre $\boldsymbol{Q}$, un aumento en la cantidad de permisos de la firma 1 eleva el nivel de producto distribuido lo cual reduce el precio final, contrariamente, si los permisos van hacia la firma menos eficiente el precio del mercado aumenta por la caída en la producción de la firma con menores costos de distribución.[34]

[31] Ver apéndice gráfico 14
[32] Ver apéndice gráfico 15 y 16
[33] Este mismo análisis puede ser realizado para $c_1 > c_2$, donde ahora el equilibrio va del caso II al caso IV
[34] Ver apéndice gráfico 17

La construcción detallada de la interacción estratégica de las firmas en ambos mercados es una buena herramienta, para evaluar los posibles resultados del modelo en relación a lo encontrado en la literatura. Cuando la cantidad de permisos totales es superior a la cantidad de contaminación agregada, (Fershtman et al., 1995) señala la posibilidad de que las firmas decidan posicionarse en un punto fuera del equilibrio de mejor repuesta, dada la cooperación entre las firmas para maximizar el beneficio conjunto, por lo que al intercambiar permisos se reduce el nivel de contaminación y de producto de equilibrio. El modelo desarrollado en este artículo no contempla la posibilidad de soluciones fuera del equilibrio, si una firma tiene un saldo de emisiones contaminantes negativo, buscará solo cubrir el monto necesario que le permita mantenerse en el equilibrio de mejor respuesta para el caso I, y la firma con excedente de permisos estará dispuesta a deshacerse del exceso de permisos a cualquier precio, por lo que el intercambio permite mantener el nivel de producto y de contaminación.

Los resultados para $rq_1 + rq_2 \leq A$ estan más en la linea de Sartzetakis (1997), el cual argumenta la mejora del bienestar cuando existe intercambio de permisos, donde las firmas pueden producir por encima de la dotación de permisos individual sin tomar en cuenta los costos de la regulación ambiental, siendo más factible que se cumpla con el nivel de contaminación $\boldsymbol{A}$, este hecho es importante porque aunque se escapa del análisis de este trabajo la selección de la cantidad de permisos totales es un monto óptimo decidido por el regulador.

La redistribución de permisos para (Eshel, 2005) puede tener dos efectos, 1) si se trasladan hacia una firma compradora de derechos, el producto incrementa de precio, 2) si los permisos se dirigen a una firma vendedora de permisos, el precio del producto final cae, siendo relevante la manera como se distribuyen los permisos para el cambio del precio final, los resultados planteados con anterioridad señalan que si las firmas son simétricas, el cambio de la proporción de permisos, sin importar la dirección, no genera ningún cambio en el precio de $\boldsymbol{Q}$, donde si el equilibrio se encuentra por encima de la restricción del monto máximo de contaminación, el único efecto viene a lo interno de las firmas por el cambio en la relación de beneficios. Para que el efecto descrito por (Eshel, 2005) ocurra en este modelo, las firmas no solo deben diferenciarse entre compradora o vendedora, sino también debe ser asimétricas en costos, de tal manera cuando el equilibrio se sitúa en el caso III un incremento en la cantidad de permisos a la firma mas eficiente aumenta la cantidad de producto final y reduce el precio, contrariamente, si los permisos van hacia la firma menos eficiente el precio del mercado aumenta por la caída en la producción de la firma con menores costos, mas eficiente.

Los resultados obtenidos con $c_1 = c_2$, señalan que el cambio en la participación de mercado de las firmas es una consecuencia de la decisión del regulador, quien al modificar la cantidad total de permisos, siendo la firma $\boldsymbol{i}$ receptora de un alto porcentaje de los derechos $(\alpha_i A)$, aumenta el costo relativo del rival, lo que permite la mejora en la participación de mercado de la firma $\boldsymbol{i}$, sin esto representar necesariamente una decisión intencional de la empresa monolopólica de permisos para incrementar los costos de la firma rival. De hecho, la empresa con mayor cantidad de permisos esta dispuesta siempre a intercambiar la cantidad de equilibrio representada por el punto de medio entre el saldo neto de contaminación de ambas firmas, permitiendo a la firma con menos permisos tener un ahorro en penalización. Este análisis es distinto a lo desarrollado por Mørch von der Fehr (1993) donde la firma maximiza su beneficio haciéndose de todos los permisos para afectar el resultado del rival.

Otro resultado relevante, es la forma como se determina el precio de equilibrio en el mercado de permisos. Para(Fershtman et al., 1995) cuando la cantidad de permisos es menor al monto de contaminación agregada, los permisos van de la firma con menor costo de penalización a la de mayor costo, siendo el precio de equilibrio la media de los costos de penalización de las firmas, para cualquier cantidad de permisos intercambiados. El resultado de la resolución de la segunda etapa del modelo considera el cambio en la forma la función de oferta, siendo inélastica cuando $x_i = -\alpha_i A$, por lo que precio de equilibrio ya no equivale a la media de los costos de penalización sino esta determinado por el tamaño del saldo de emisiones contaminantes de la firma compradora Ω_i.

4. Conclusiones

A través de este trabajo se consideró los efectos sobre el equilibrio en el mercado de distribución de producto de la implemetación de una regulación medioambiental mediante un çap and trade". En el contexto, de una primera etapa donde las firmas deciden la cantidad óptima de producto a distribuir y en una segunda etapa, participan demandando permisos para cubrir la contaminación generada.

Este artículo parte de la estrategia de resolución planteada por Resende and Sanin (2009), para desarrollar un juego secuencial son solución de equilibrio de Nash perfecto en subjuegos, dejando a un lado el supuesto planteado por esto autores, donde colocan en un primer momento a una de las firmas a decidir el precio de los permisos, mientras la otra observa y decide *a posteriori* cuanto vender o comprar a un precio dado. En este trabajo ambas firmas deciden en conjunto el equilibrio de permisos de emisión, donde se obtienen cuatro posible equilibrios los cuales determinan las estrategias a considerar en el mercado de distribución. Caso I las firmas en conjunto contaminan una cantidad menor al total de permisos disponibles, por lo que el intercambio de permisos permite a las firmas producir ignorando la contaminación. Caso II las firmas generan una cantidad de polución por sobre el monto de permisos, siendo el sentido del intercambio de permisos y el precio determinados por la diferencia entre el saldo neto de contaminación entre las firmas. Caso III y IV representan el hecho que las firmas intercambian permisos en el tramo donde para un determinado precio la firma $\boldsymbol{i}$ esta dispuesta deshacerse de la totalidad de los permisos, donde se demostró que para que estos casos sean posibles es necesario que las firmas no tengan la misma eficiencia en la distribución del producto ($c_1 = c_2$).

Es interesante, observar como el intercambio de permisos permite a las firmas optimizar los beneficios restringida a la cantidad de permisos totales y no a su propia asignación, siendo esto posible dado que la firma con permisos excedentarios está dispuesta a desprenderse de estos a cualquier precio $\tau \geq 0$, también es notorio el caso donde la cantidad de permisos existente en el mercado supera el monto total de contaminación y equilibrio de Nash se produce en el caso II, entonces el intercambio de permisos divide igualitariamente el ahorro en costos de penalización entre las firmas.

El efecto del cambio en los parámetros que maneja el regulador, difiere según la relación de costos entre las firmas, bajo simetría ($c_1 = c_2$) una reducción de la cantidad de permisos totales equivale al un incremento de los costos de ambas firmas. Si el equilibrio inicial se encuentra sobre la restricción generada por la cantidad total de permisos otorgados, el contar con una unidad menos de permisos de emisión $\boldsymbol{A}$, reduce el monto total de distribución $\boldsymbol{Q}$ en la magnitud de la tasa de penalización por unidad de emisión (μr) . Por su parte, la redistribución de permisos eleva los costos de la firma $\boldsymbol{i}$, compensando con la disminución en la firma rival, no generando efecto sobre la cantidad distribuida de producto, lo cual indica que sin importar como se asignen los permisos siempre se obtiene la misma cantidad de equilibrio Q, afectando solo la relación de beneficios de la firmas.

Cuando las firmas no tienen igualdad de costos, se amplían las zonas donde es posible el equilibrio, donde una reducción de $\boldsymbol{A}$ nuevamente eleva los costo de ambas firmas, disminuyendo el monto total $\boldsymbol{Q}$, donde la firma menos eficiente tendrá mejores beneficios sí la cantidad de permisos totales es muy bajo tal que el precio que esta dispuesto a pagar la firma rival por la proporción de permisos recibidos le permita compensar su posición en el mercado del producto final. El efecto de la redistribución de permisos dependerá de la dirección con la que se realice. En un primer momento se supone que la firma menos eficiente cuenta mas permisos de contaminación por lo que el equilibrio se mantiene dentro del caso 2, donde pequeña redistribución no afecta la cantidad total $\boldsymbol{Q}$. Cuando la mayoría de los permisos se transfieren a la firma con menores costos de distribución, la mejor repuesta de la firma rival es reducir abruptamente la cantidad de bien final y vender la totalidad de sus permisos a la firma mas eficiente.

Se concluye haciendo enfásis en algunas limitaciones de nuestro análisis, dada la cantidad de posible ubicaciones de la mejor respuesta para cada caso no es posible determinar una función de mejor respuesta para cualquier conjunto de parámetros, se podría pensar otras maneras de plantear el mercado de intercambio tal que genere una única solución para la primera etapa. En otro escenario es prudente pensar la posibilidad que las firmas desconozcan la cantidad de permisos al momento de distribuir el producto, por lo que se generan expectativas que inciden sobre la cantidad del producto final. Finalmente este articulo se enfoco en la estática comparativa para los parámetros $\boldsymbol{A}$ y α, siendo también de interés estudiar como el cambio en tasa de penalización μ en firmas asimétricas, bien sea en tasa de contaminación $\boldsymbol{r}$ o costos, incide sobre la mejor respuesta de las firmas.

Referencias

Anouliès, L. (2017). Heterogeneous firms and the environment: a cap-and-trade program. *Journal of Environmental Economics and Management*, 84:84–101.

Borenstein, S., Bushnell, J. B., and Wolak, F. A. (2002). Measuring market inefficiencies in california's restructured wholesale electricity market. *The American Economic Review*, 92(5):1376–1405.

Buchanan, J. M. (1969). External diseconomies, corrective taxes, and market structure. *The American Economic Review*, 59(1):174–177.

Bushnell, J. B., Chong, H., and Mansur, E. T. (2013). Profiting from regulation: Evidence from the european carbon market. *American Economic Journal: Economic Policy*, 5(4):78–106.

Eshel, D. M. D. (2005). Optimal allocation of tradable pollution rights and market structures. *Journal of Regulatory Economics*, 28(2):205–223.

Fershtman, C., de Zeeuw, A., et al. (1995). *Tradeable emission permits in oligopoly*. Sackler Institut of Economic Studies. Faculty of Social Sciences. Tel-Aviv University.

Goto, M., Takashima, R., and Tsujimura, M. (2016). The effect of environmental regulation on strategic decision in product markets.

Hahn, R. W. (1984). Market power and transferable property rights. *The Quarterly Journal of Economics*, 99(4):753–765.

Heindl, P. and Widung, C. (2016). Market power and transferable property rights: The role of uncertainty. *Centre for European Econonomic Research (ZEW). Working Paper*.

Kolstad, J. and Wolak, F. (2003). Using environmental emissions permit prices to raise electricity prices: Evidence from the california electricity market. *Center for the Study of Energy Markets*.

Malueg, D. A. (1990). Welfare consequences of emission credit trading programs. *Journal of Environmental Economics and management*, 18(1):66–77.

Montgomery, W. D. (1972). Markets in licenses and efficient pollution control programs. *Journal of economic theory*, 5(3):395–418.

Mørch von der Fehr, N.-H. (1993). Tradable emission rights and strategic interaction. *Environmental and Resource Economics*, 3(2):129–151.

Puller, S. (2002). The strategic use of innovation to influence regulatory standards: Theory and evidence. Technical report, Working Paper: Texas A&M University.

Resende, J. and Sanin, M. E. (2009). Optimal allocation of tradable emission permits under upstream-downstream strategic interaction.

Salop, S. C. and Scheffman, D. T. (1983). Raising rivals' costs. *The American Economic Review*, 73(2):267–271.

Sartzetakis, E. S. (1997). Tradeable emission permits regulations in the presence of imperfectly competitive product markets: welfare implications. *Environmental and Resource Economics*, 9(1):65–81.

Sijm, J. P., Ten Donkelaar, M., Hers, J., Scheepers, M., and Chen, Y. (2006). Co2 price dynamics. a follow-up analysis of the implications of eu emissions trading for the price of electricity. Technical report, Energy research Centre of the Netherlands ECN.

5. Apéndice

5.1. Conjunto de posibilidades en el mercado de permisos de emisión

(I) Caso I: Sí $q_1 > \dfrac{\alpha_1 A}{r} \quad \wedge \quad q_2 < \dfrac{\alpha_2 A}{r}$, la empresa 1 tiene un saldo neto de emisiones positivo y la firma 2 tienen permisos de excedentes. En equilibrio el intercambio de permisos $x_i = -x_2$.

(II) Caso II: Sí $q_1 > \dfrac{\alpha_1 A}{r} \quad \wedge \quad q_2 > \dfrac{\alpha_2 A}{r}$, Ambas firmas emiten un nivel de contaminación mayor al monto de permisos otorgados, la negociación será posible siempre que $\Omega_1 \neq \Omega_2$, en donde, los permisos irán de la firma de menor Ω_i a mayor Ω_{-i}. [35]

(III) Caso III: Sí $q_1 < \dfrac{\alpha_1 A}{r} \quad \wedge \quad q_2 > \dfrac{\alpha_2 A}{r}$, la empresa 1 posee mas permisos a los necesarios, contrariamente, la firma 2 debe compensar un monto mayor de emisiones en relación a los permisos otorgados. Generándose el intercambio de permisos $-x_1 = x_2$.

(IV) Caso IV: Sí $q_1 \leq \dfrac{\alpha A}{r} \quad \wedge \quad q_2 \leq \dfrac{(1-\alpha)A}{r}$, ambas empresas cuentan con un monto superior o igual de permisos respecto a la cantidad de contaminación emitida, ambas firmas desean deshacerse de permisos por lo que el intercambio no se produce.

[35] Ver apéndice gráfico (8).

5.2. Gráficos

Figura 7: Conjunto de casos posibles en el mercado de permisos de contaminación

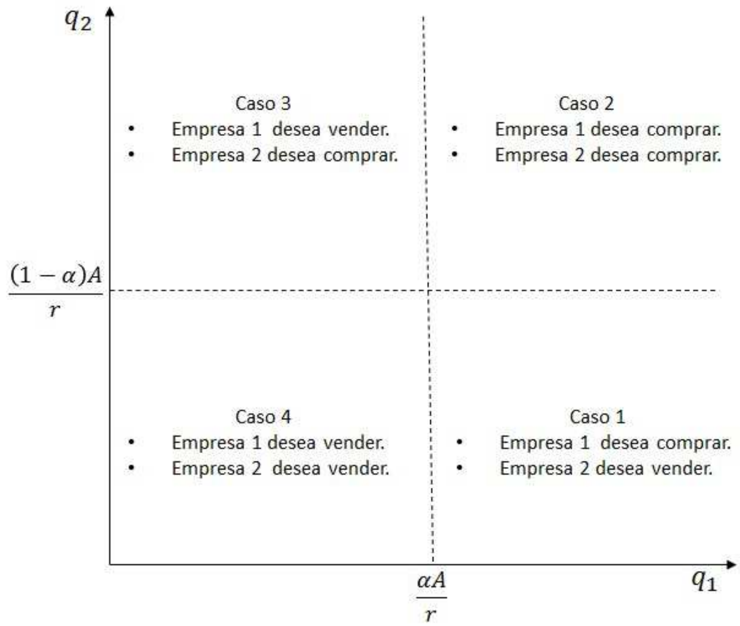
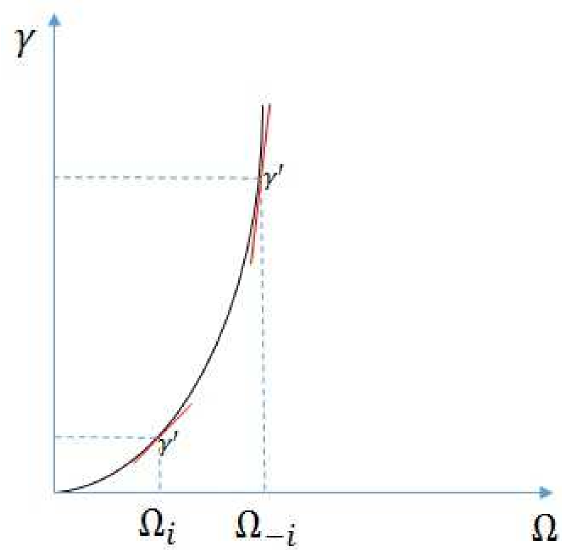


Figura 8: Curva de penalización del saldo neto de permisos de emisión



La tasa de penalización es creciente en la cantidad de contaminación no cubierto con los permisos otorgados, siendo factible la negociación entre las firmas si tienen distinto saldo neto de emisiones.

Figura 9: Posibilidades de la función de reacción local

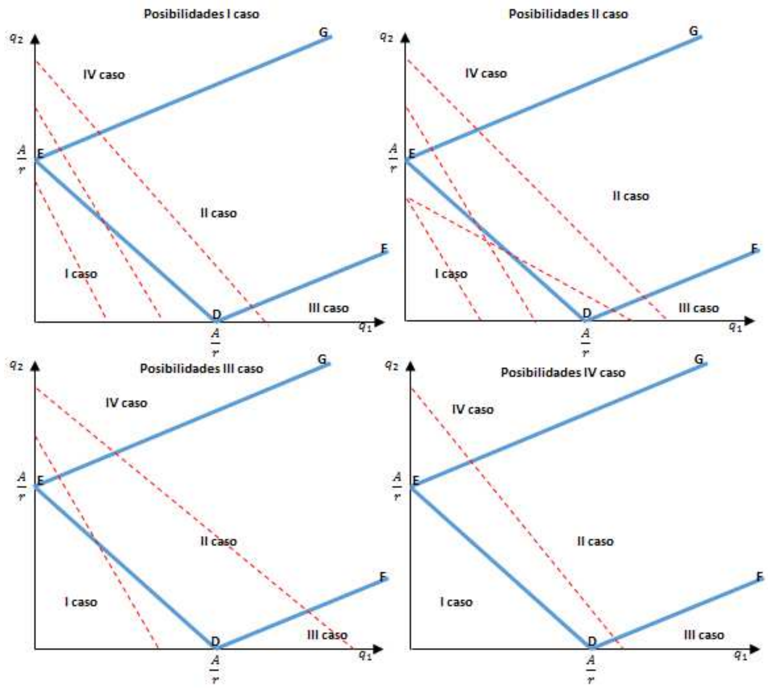


Figura 10: Función de beneficios de la mejor respuesta de la firma 1 cuando $\boldsymbol{A} = 10$ y $\alpha = 0{,}5$

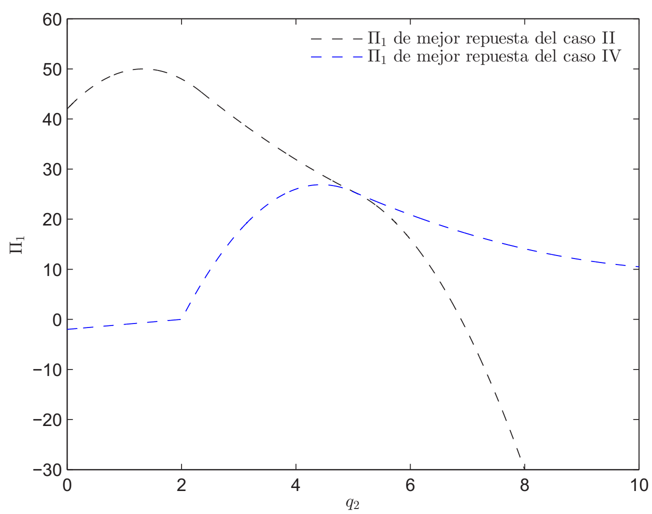


Figura 11: Efecto del cambio en $\boldsymbol{A}$ con $c_1 = c_2$ y $\alpha = 0{,}5$

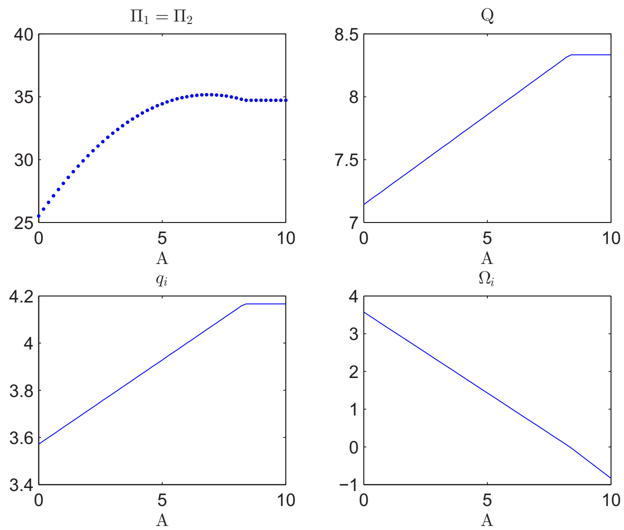


Figura 12: Funciones de mejor respuesta con $c_1 = c_2$ y $\alpha = 0{,}05$

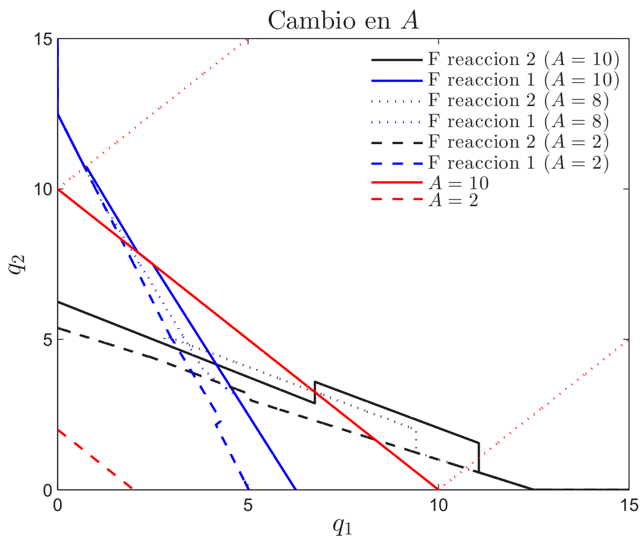


Figura 13: Efecto del cambio en $\boldsymbol{A}$ con $c_1 = c_2$ y $\alpha = 0{,}05$

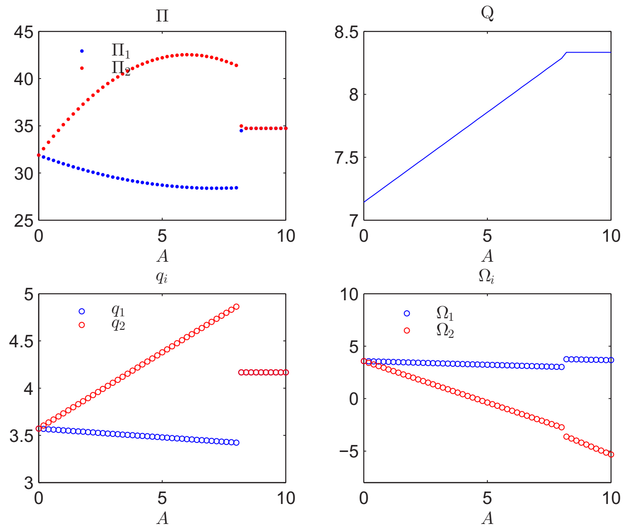


Figura 14: Efecto del cambio en α_1 con $c_2 = c_1$ y $\boldsymbol{A} = 4$

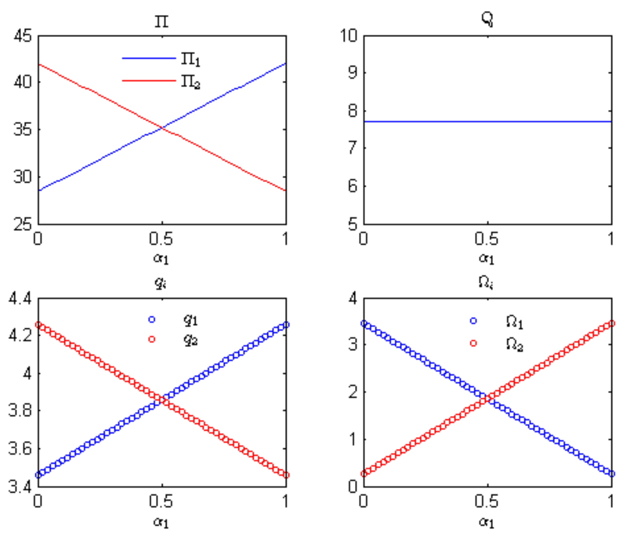


Figura 15: Funciones de mejor respuesta para $c_2 > c_1$ y $\alpha_1 = 0{,}5$

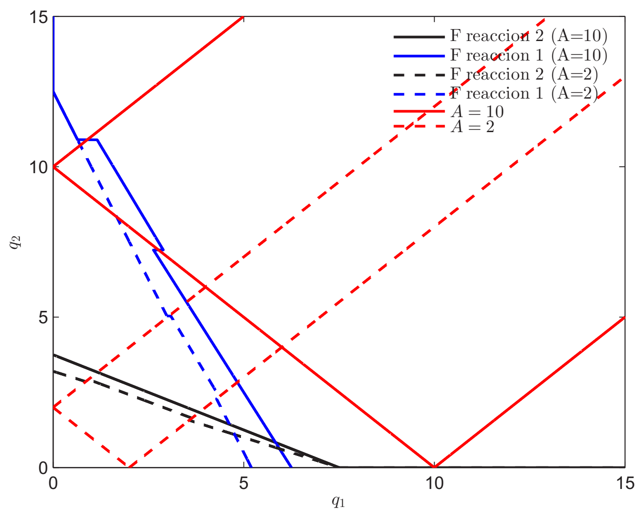


Figura 16: Efecto del cambio en $\boldsymbol{A}$ para $c_2 > c_1$ y $\alpha_1 = 0{,}5$

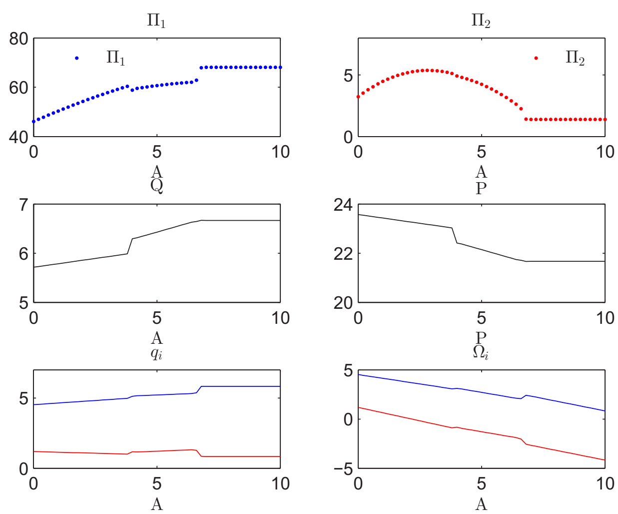
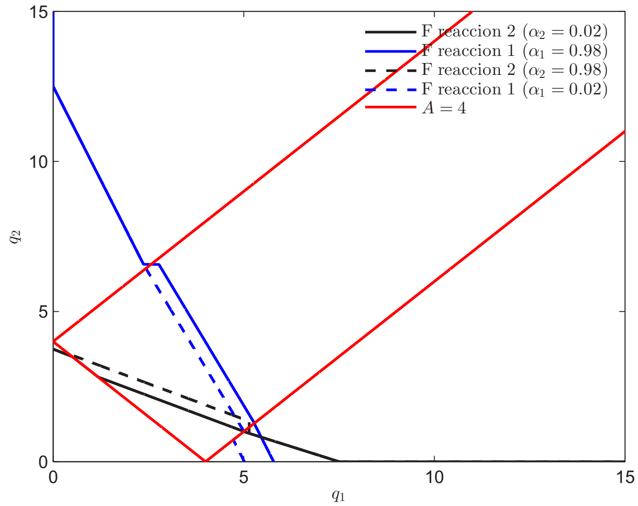


Figura 17: Funciones de mejor respuesta para $c_2 > c_1$ con $A = 4$



5.3. Solución de la segunda etapa

La resolución del problema de maximización (4) viene dado por:

$$\begin{aligned} \underset{x_i}{Max} \quad & \Pi = P(q_1 + q_2)q_i - c_i(q_i) - \tau * x_i - \gamma(\Omega_i - x_i) \\ s.a. \quad & - x_i - \alpha_i A \leq 0 \\ & x_i - rq_i + \alpha_i A \leq 0 \end{aligned} \tag{12}$$

El lagrangiano del problema de maximización es:

$$\mathscr{L}(x_i, \lambda, \mu) = P(q_1+q_2)q_i - c_i(q_i) - \tau * x_i - \gamma(rq_i - \alpha_i A - x_1) - \lambda\left[-x_i - \alpha_i A\right] - \mu\left[x_i - rq_i + \alpha_i A\right]$$

Las condiciones de primer Orden (CPO):

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_i} = -\tau + \gamma'(rq_i - \alpha_i - x_i) + \lambda - \mu = 0 \qquad \wedge \qquad x_1 \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_i} = 0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = x_i + \alpha_i A \geq 0 \qquad \wedge \qquad \lambda \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = 0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \mu} = -x_i + rq_i - \alpha_i A \geq 0 \qquad \wedge \qquad \lambda \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \mu} = 0 \tag{15}$$

(a) Si $\lambda = 0$ y $\mu = 0$, la condición (14) y (15) se cumplen con holgura:

$$x_i \leq rq_i - \alpha_i A$$

En la CPO (13):

$$\tau = \gamma'(rq_i - \alpha_i A - x_i) \tag{16}$$

Siendo $x_i(\tau) = \tau = \gamma'(rq_i - \alpha_i A - x_i)$

(b) Si $\lambda = 0$,$\mu > 0$. La CPO (14)se cumple con igualdad,

$$x_i = rq_i - \alpha_i A$$

Se sustituye en la CPO (13):

$$\begin{aligned} -\tau + \gamma'(0) - \mu &= 0 \\ -\tau + \gamma'(0) &= \mu > 0 \\ \tau &< \gamma'(0) = 0 \end{aligned}$$

(c) Si $\lambda > 0$ y $\mu = 0$. La CPO (15) se cumplen igualdad, entonces:

$$x_i = -\alpha_i A \tag{17}$$

La CPO (13):

$$-\tau + \gamma'(rq_i) + \lambda = 0 \tag{18}$$
$$\tau - \gamma'(rq_i) = \lambda > 0 \tag{19}$$
$$\tau > \gamma'(rq_i) \tag{20}$$

Demostración de la Proposición (2.1):
Diferenciando la ecuación (16):

$$d\tau = -\gamma''(rq_i - \alpha_i A - x_i)dx_i$$

El cambio en la cantidad comprada respecto a la variación del precio de los permisos:

$$\frac{dx_i}{d\tau} = -\frac{1}{\gamma''(rq_i - \alpha_i A - x_i)} < 0$$

Q.E.D

Demostración Proposición (2.2):
Diferenciando la ecuación (16):

$$d\tau = \gamma''(\Omega_2^- + x_2)dx_2$$

La variación de la cantidad vendida respecto a la variación del precio de los permisos

$$\frac{dx_2}{d\tau} = \frac{1}{\gamma''(\Omega_2^- + x_2)} > 0$$

Q.E.D

Demostración (Proposición 2.3):
De la solución (16) para la firma 1 y 2:

$$\gamma'(rq_1 - \alpha_1 - x_1) = \gamma'(rq_2 - \alpha_2 - x_2) \tag{21}$$

En equilibrio $x_1 = -x_2$, se sustituye:

$$rq_1 - \alpha_1 - x_1 = rq_2 - \alpha_2 + x_1 \tag{22}$$

Por tanto:

$$x_1^* = \frac{(rq_1 - \alpha_1 A) - (rq_2 - \alpha_2 A)}{2} = -x_2^* \tag{23}$$

Para hallar el precio de equilibrio se sustituye (x_1^*) en (16):

$$\tau^* = \gamma' \left(\frac{1}{2} (rq_1 + rq_2 - A) \right) \tag{24}$$

Este equilibrio existe cuando:

$$\tau^* = \gamma' \left(\frac{1}{2} (rq_1 + rq_2 - A) \right) \geq \gamma'(0) = \tau \tag{25}$$

$$rq_1 + rq_2 - A \geq 0 \tag{26}$$

$$rq_1 + rq_2 \geq A \tag{27}$$

y:

$$\tau^* = \gamma' \left(\frac{1}{2} (rq_1 + rq_2 - A) \right) \leq \gamma'(rq_1) = \tau \tag{28}$$

$$rq_2 - rq_1 - A \leq 0 \tag{29}$$

$$rq_2 - rq_1 \leq A \tag{30}$$

Para q_2:

$$\tau^* = \gamma' \left(\frac{1}{2} (rq_1 + rq_2 - A) \right) \leq \gamma'(rq_2) = \tau \tag{31}$$

$$rq_1 - rq_2 - A \leq 0 \tag{32}$$

$$rq_1 - rq_2 \leq A \tag{33}$$

Q.E.D

Demostración (Proposición (2.4))
Se utiliza el resultado del lema 2.2 para $\tau \geq 0$ y se sustituye la cantidad demandada por la empresa 1 $x_1 = rq_1 - \alpha_1 A$ cuando $\tau \leq 0$. Entonces:$x_1^* = rq_1 - \alpha_1 A = -x_2^*$ si:

$$\begin{aligned} rq_2 - \alpha_2 A &\leq x_2 \\ rq_2 - \alpha_2 A &\leq -x_1 \\ rq_2 - \alpha_2 A &\leq -rq_1 + \alpha_1 A \end{aligned} \tag{34}$$

Reorganizando:

$$-rq_2 + \alpha_2 A \geq rq_1 - \alpha_1 A \tag{35}$$

$$-\Omega_2 \geq \Omega_1 \tag{36}$$

Q.E.D

Demostración (Proposición 2.5):
Sea: $x_1 = -\alpha_1 A = -x_2$, se sustituye en la función de la empresa 2:

$$\begin{aligned}
\tau &= \gamma'(rq_2 - \alpha_2 A - x_2) \\
\tau &= \gamma'(rq_2 - \alpha_2 A - \alpha_1 A) \\
\tau &= \gamma'(rq_2 - A) \qquad (37)
\end{aligned}$$

Condicionado a:

$$\begin{aligned}
t = \gamma'(rq_2 - A) &\geq \gamma'(rq_1) = \tau \\
rq_2 - A &\geq rq_1 \\
rq_2 - rq_1 &\geq A \qquad (38)
\end{aligned}$$

Q.E.D

Similar análisis se obtiene para la firma 2 encontrando los limites para el equilibrio encontrado, el cual está vinculado al desempeño de la primera etapa.

5.4. Solución de la primera etapa

Caso I.

Se utilizan los resultados obtenidos en la segunda etapa descritos en las proposiciones 2.4 y 2.7 permitiendo resolver un único problema de optimización (3) para cuando $rq_1 + rq_2 \leq A$:

$$\begin{aligned}
\underset{q_1}{Max} \quad & \Pi_1 = [a - b(q_1 + q_2)]\, q_1 - c_1(q_1) \\
s.a. \quad & q_1 \leq \frac{A - rq_2}{r} \\
& q_1 \geq 0
\end{aligned}$$

El lagrangiano del problema de optimización:

$$\mathscr{L}(q_1, \lambda) = [a - b(q_1 + q_2)]\, q_1 - c_1(q_1) - \lambda \left(q_1 - \frac{A - rq_2}{r} \right)$$

Las condiciones de primer Orden (CPO)

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - c_1 - \lambda \leq 0 \qquad \wedge \qquad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_1} q_1 = 0 \qquad (39)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = -q_1 + \frac{A - rq_2}{r} \geq 0 \qquad \wedge \qquad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} \lambda = 0 \qquad (40)$$

(1) Si $\lambda = 0$ y $q_1 > 0$, la CPO (40) se cumple con holgura:

$$q_1 \leq \frac{A - rq_2}{r}$$

En la CPO (39):

$$a - 2bq_1 - bq_2 - c_1 = 0$$

Entonces, la función de reacción de la firma 1, está dada por:

$$q_1 = \frac{a - c - bq_2}{2b} \tag{41}$$

(2) Si $\lambda > 0$ y $q_1 > 0$ ambas CPO se cumplen con igualdad, la función de reacción de la firma 1 es:

$$q_1 = \frac{A - rq_2}{r}$$

(3) Si $\lambda > 0$ y $q_1 = 0$ en la CPO (40) se obtiene:

$$q_2 = \frac{A}{r}$$

(4) Si $\lambda = 0$ y $q_1 = 0$ la CPO (40) entonces:

$$q_2 \leq \frac{A}{r}$$

Caso II.

Cuando la combinación q_1, q_2 se ubica dentro de las restricciones de la proposición 2.3, se sustituyen los definiciones de x_i^* y τ^* de dicha proposición en el programa (3):

$$\underset{q_1}{Max} \quad \Pi_1 = [a - b(q_1 + q_2)]\, q_1 - c_1(q_1) - \mu \left(\frac{rq_1 + rq_2 - A}{2} \right) \left(\frac{(rq_1 - \alpha_1 A) - (rq_2 - \alpha_2 A)}{2} \right) - \mu \left(\frac{rq_2 + rq_1 - A}{4} \right)^2$$

$$\begin{aligned} s.a. \quad & q_1 \geq \frac{A - rq_2}{r} \\ & q_1 \leq \frac{rq_2 + A}{r} \\ & q_1 \geq \frac{rq_2 - A}{r} \\ & q_1 \geq 0 \end{aligned}$$

El lagrangiano del problema de optimización:

$$\begin{aligned} \mathscr{L}(q_1, \lambda, \psi, \chi) = {} & [a - b(q_1 + q_2)]\, q_1 - c_1(q_1) - \mu \left(\frac{rq_1 + rq_2 - A}{2} \right) \left(\frac{rq_1 - \alpha_1 A - rq_2 + \alpha_2 A}{2} \right) \\ & - \mu \left(\frac{rq_2 + rq_1 - A}{4} \right)^2 - \lambda \left(-q_1 + \frac{A - rq_2}{r} \right) - \psi \left(q_1 - \frac{rq_2 + A}{r} \right) - \chi \left(-q_1 + \frac{rq_2 - A}{r} \right) \end{aligned}$$

Las condiciones de primer Orden (CPO):

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_1} = a - c_1 - \left(2b + \frac{3\mu r^2}{4}\right) q_1 - \left(b + \frac{\mu r^2}{4}\right) q_2 + \frac{A\mu r}{4}\left(1 + 2\alpha_1\right) + \lambda - \psi + \chi \leq 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_1} q_1 = 0 \tag{42}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = q_1 - \frac{A - rq_2}{r} \geq 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda}\lambda = 0 \tag{43}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \psi} = -q_1 + \frac{rq_2 + A}{r} \geq 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \psi}\psi = 0 \tag{44}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \chi} = q_1 - \frac{rq_2 - A}{r} \geq 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \chi}\chi = 0 \tag{45}$$

1 Si $\lambda = 0$, $\psi = 0$,$\chi = 0$ y $q_1 \geq 0$, las CPO (43),(44) y (45) se cumplen con holgura, tal que:

a) Cuando $q_2 \leq \frac{A}{r}$ entonces q_1 se encuentra dentro del intervalo:

$$\left[\frac{A - rq_2}{r}, \frac{rq_2 + A}{r}\right]$$

b) Cuando $q_2 \geq \frac{A}{r}$ entonces q_1 se ubica entre:

$$\left[\frac{rq_2 - A}{r}, \frac{rq_2 + A}{r}\right]$$

En la CPO (42):

$$a - c_1 - \left(2b + \frac{3\mu r^2}{4}\right) q_1 - \left(b + \frac{\mu r^2}{4}\right) q_2 + \frac{A\mu r}{4}\left(1 + 2\alpha_1\right) = 0$$

La función de reacción de la firma 1, está dada por:

$$q_1 = \frac{4(a - c_1) + A\mu r(1 + 2\alpha_1) - (\mu r^2 + 4b)\, q_2}{(3\mu r^2 + 8b)} \tag{46}$$

2 Si $\lambda > 0$, $\psi = 0$, $\chi = 0$ y $q_1 > 0$, la CPO (43) se cumple con igualdad, la función de mejor respuesta de la firma 1, para $q_2 \leq \frac{A}{r}$:

$$q_1 = \frac{A - rq_2}{r}$$

3 Si $\lambda = 0$,$\psi > 0$,$\chi = 0$ y $q_1 > 0$, la CPO (44) se cumple con igualdad, la función de mejor respuesta de la firma 1:

$$q_1 = \frac{A + rq_2}{r}$$

4 Si $\lambda = 0$,$\psi = 0$,$\chi > 0$ y $q_1 > 0$, la CPO (44) se cumple con igualdad, la función de mejor respuesta de la firma 1, para $q_2 \geq \frac{A}{r}$:

$$q_1 = \frac{rq_2 - A}{r}$$

5 Si $\lambda > 0$,$\psi = 0$,$\chi = 0$ y $q_1 = 0$, la CPO (43) se cumple con igualdad y (45) con holgura, entonces:

$$q_2 \geq \frac{A}{r}$$

6 Si $\lambda = 0$,$\psi > 0$,$\chi = 0$ y $q_1 = 0$, la CPO (44) se cumple con igualdad:

$$q_2 = -\frac{A}{r}$$

Contradicción dado que $A \geq 0$, y q_2 es ≥ 0. De (43) y (45), se tiene:

$$q_2 \geq \frac{A}{r}$$

7 Si $\lambda = 0$,$\psi = 0$,$\chi > 0$ y $q_1 = 0$, la CPO (45) se cumple con igualdad y (43) con holgura, siendo:

$$q_2 \geq \frac{A}{r}$$

8 Si $\lambda = 0$,$\psi = 0$,$\chi = 0$ y $q_1 = 0$, de la CPO (43), (45) se obtiene que

$$q_2 \geq \frac{A}{r}$$

En (44)

$$q_2 \geq -\frac{A}{r}$$

Contradicción dado que $A \geq 0$ y q_2 es ≥ 0

Caso III.

Tomando en cuenta las restricciones y resultados de la proposición 2.6 y se sustituye en (3):

$$\underset{q_1}{Max} \quad \Pi_1 = [a - b(q_1 + q_2)]\, q_1 - c_1(q_1) - \mu\,(rq_1 - A)\,(\alpha_2 A) - \mu \left(\frac{rq_1 - A}{2}\right)^2$$

$$s.a. \quad q_1 \geq \frac{A + rq_2}{r}$$

Es trivial demostrar que la restricción planteada incluye la restricción para $q_1 \geq 0$.

El lagrangiano del problema de optimización:

$$\mathscr{L}(q_1, \lambda) = [a - b(q_1 + q_2)]\, q_1 - c_1(q_1) - \mu\,(rq_1 - A)\,(\alpha_2 A) - \mu\left(\frac{rq_1 - A}{2}\right)^2 - \lambda\left(-q_1 + \frac{A + rq_2}{r}\right)$$

Las condiciones de primer Orden (CPO):

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_1} = a - c_1 - 2bq_1 - bq_2 - \mu r\alpha_2 A - \mu r(rq_1 - A) + \lambda \leq 0 \qquad \wedge \quad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_1} q_1 = 0 \tag{47}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = q_1 - \frac{A + rq_2}{r} \geq 0 \qquad \wedge \quad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda}\lambda = 0 \tag{48}$$

(1) Si $\lambda = 0$ y $q_1 > 0$, la CPO (48) se cumple con holgura:

$$q_1 \geq \frac{A + rq_2}{r}$$

En la CPO (47):

$$a - c_1 - 2bq_1 - bq_2 - \mu r\alpha_2 A - \mu r(rq_1 - A) = 0$$

La función de reacción de la firma 1, está dada por:

$$q_1 = \frac{a - c_1 + A\mu r(1 - \alpha_2) - bq_2}{\mu r^2 + 2b} \tag{49}$$

(2) Si $\lambda > 0$ y $q_1 > 0$ ambas CPO se cumplen con igualdad, la función de reacción de la firma 1 es:

$$q_1 = \frac{A + rq_2}{r}$$

(3) Si $\lambda > 0$ y $q_1 = 0$ en la CPO (48) se obtiene:

$$q_2 = -\frac{A}{r}$$

Contradicción dado que $A \geq 0$

(4) Si $\lambda = 0$ y $q_1 = 0$ la CPO (40) entonces:

$$q_2 \leq \frac{-A}{r}$$

contradicción dado que $q_2 \geq 0$ y $A \geq 0$

Caso IV.

Del contenido de la prosición 2.5 se sustituyen los valores de equilibrio para τ^* y x_i^* en el programa de optimización (3):

$$\begin{aligned}
&\underset{q_1}{Max} \quad \Pi_1 = [a - b(q_1 + q_2)]\, q_1 - c_1(q_1) - \mu\, (rq_2 - A)\, (\alpha_1 A) - \mu \left(\frac{rq_1}{2}\right)^2 \\
&s.a. \quad q_1 \leq \frac{rq_2 - A}{r} \\
&\qquad\;\; q_1 \geq 0
\end{aligned}$$

El lagrangiano del problema de optimización:

$$\mathscr{L}(q_1, \lambda) = [a - b(q_1 + q_2)]\, q_1 - c_1(q_1) - \mu\, (rq_2 - A)\, (\alpha_1 A) - \mu \left(\frac{rq_1}{2}\right)^2 - \lambda \left(q_1 - \frac{rq_2 - A}{r}\right)$$

Las condiciones de primer Orden (CPO):

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_1} = a - c_1 - 2bq_1 - bq_2 - \mu r^2 q_1 - \lambda \leq 0 \qquad \wedge \qquad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_1} q_1 = 0 \tag{50}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = -q_1 + \frac{rq_2 - A}{r} \geq 0 \qquad \wedge \qquad \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} \lambda = 0 \tag{51}$$

(1) Si $\lambda = 0$ y $q_1 > 0$, la CPO (51) se cumple con holgura:

$$q_1 \leq \frac{rq_2 - A}{r}$$

En la CPO (50):

$$a - c_1 - 2bq_1 - bq_2 - \mu r^2 q_1 = 0$$

La función de reacción de la firma 1, está dada por:

$$q_1 = \frac{a - c_1 - bq_2}{\mu r^2 + 2b} \tag{52}$$

(2) Si $\lambda > 0$ y $q_1 > 0$ ambas CPO se cumplen con igualdad, la función de reacción de la firma 1 cuando $q_2 \geq \frac{A}{r}$ es:

$$q_1 = \frac{rq_2 - A}{r}$$

(3) Si $\lambda > 0$ y $q_1 = 0$ en la CPO (51) se obtiene:

$$q_2 = \frac{A}{r}$$

(4) Si $\lambda = 0$ y $q_1 = 0$ la CPO (51) entonces:

$$q_2 \geq \frac{A}{r}$$

Igualdad de costos

Demostración proposición (2.8): De la intersección de las funciones de mejor respuesta para el caso III descrita en el lema (2.11), se encuentra las cantidades de equilibrio para este caso:

$$q_1^e \frac{b(a-c)+\mu r^2(a-c)+A\alpha_1\mu^2 r^3+2A\alpha_1 b\mu r}{3b^2+4b\mu r^2\mu^2 r^4} \tag{53}$$

$$q_2^e \frac{b(a-c)+\mu r^2(a-c)+A\alpha_1 b\mu r}{3b^2+4b\mu r^2\mu^2 r^4} \tag{54}$$

Para que el equilibrio se ubique dentro del caso III debe ser cierto que:

$$rq_1^e - rq_2^e \geq A \tag{55}$$

Se sustituyen los resulados de (53), (54) en la condición (55)

$$\frac{A\alpha_1\mu r^2}{b+\mu r^2} \geq A \tag{56}$$

Se simplifica:

$$\frac{-A\left(b+\mu r^2-\alpha_1\mu r^2\right)}{b+\mu r^2} \geq 0 \tag{57}$$

Se organiza:

$$\frac{-Ab-A\mu r^2(1-\alpha_1)}{b+\mu r^2} \geq 0 \tag{58}$$

Contradicción dado que $\alpha_1 \in [0,1]$ por tanto:

$$\frac{-Ab-A\mu r^2(1-\alpha_1)}{b+\mu r^2} < 0 \tag{59}$$