INSTITUTO DE ECONOMÍA

TESIS de MAGÍSTER

2015

Discriminación Según la Estrategia de Búsqueda Online

Boris Garafulic D.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMIA
MAGISTER EN ECONOMIA

TESIS DE GRADO
MAGISTER EN ECONOMIA

Garafulic, Domínguez, Boris

Diciembre, 2015

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMIA
MAGISTER EN ECONOMIA

DISCRIMINACIÓN SEGÚN LA ESTRATEGIA DE BÚSQUEDA ONLINE

Boris Garafulic Domínguez

Comisión

Eugenio Bobenrieth, Juan Pablo Montero

Santiago, diciembre de 2015

Discriminación según la estrategia de búsqueda online

Boris Garafulic*

Pontificia Universidad Católica de Chile

Diciembre 2015

bgaraful@uc.cl

"No todos los caminos llegan a Roma."

Resumen

En este paper caracterizo el equilibrio de un modelo de búsqueda con empresas que producen un bien homogéneo cuando hay dos tipos de consumidores, con costos de búsqueda mayores e iguales a cero, quienes deben decidir en qué tienda comprar utilizando estrategias de búsqueda secuenciales. Al mismo tiempo, las empresas pueden identificar si el consumidor ha accedido a su tienda con anterioridad y ajustar su precio según ello, lo que es conocido por los consumidores. En equilibrio, los precios de la segunda visita son estrictamente mayores que los de la primera, y, a diferencia de los modelos clásicos de la literatura, los consumidores con costo cero tienen un precio de reserva de búsqueda estrictamente mayor que el ínfimo del soporte de precios de ida de equilibrio, y ya no siempre pagan el menor precio cobrado por las tiendas, pudiendo terminar pagando un precio más caro que los consumidores con costos altos. Restringiendo el precio de retorno a una función creciente del precio de ida tal que el supremo del soporte de ambos precios sea el mismo, entonces, de existir equilibrios, una estrategia de equilibrio simétrico consiste en asignar un átomo de probabilidad justo debajo del precio de reserva de los con costo cero, junto con una distribución continua desde el precio de reserva de los con costo positivo hacia abajo. Cuando el número de empresas tiende a infinito, entonces siempre existe un equilibrio, el cual tiende a un átomo en cada uno de los precios de reserva de los consumidores. Analíticamente no es posible concluir, incluso restringiendo el grado de libertad con el que las empresas pueden elegir sus precios de retorno, si el nivel de competencia entre las empresas aumenta, ni si los distintos grupos de consumidores se benefician de que los precios se ajusten a su comportamiento; no obstante, sí es posible concluir que estrategias con precios constantes en el número de visitas por tienda no constituyen un equilibrio simétrico de Nash.

*Estudiante del Magíster de Economía.

1. Introducción

Durante las últimas décadas el desarrollo de la tecnología y, en especial, internet, han permitido el desarrollo de una nueva forma de discriminar a los consumidores: la discriminación según su conducta. Gracias a las cookies[1] que se generan cuando uno visita una página de internet, quienes la administran pueden ir recopilando información detallada sobre lo que uno hace cuando visita la página y sobre cuántas veces uno la ha visitado. A su vez, esto ha permitido que las páginas se vayan perfeccionando con el tiempo y que cuenten con funcionalidades que mejoran la visita y experiencia web del usuario; sin embargo, no es claro si esta nueva forma de discriminación aumenta o disminuye el nivel de competencia entre las empresas, los precios, ni el bienestar de la sociedad. Por otro lado, los consumidores están informados de esta nueva habilidad de las empresas, por lo que reaccionan y sus estrategias de búsqueda y compra cambian, pudiendo incluso llegar a, en la práctica, borrar sus cookies y volverse "anónimos" para las empresas.

Independiente del aspecto, e incluso controversia, legal y moral que pudieran conllevar estos ajustes en precios, y de las disputas asociadas a la privacidad del consumidor que podrían surgir, no es trivial cuál es el efecto en el bienestar de cada grupo que estos cambios podrían provocar, elemento que considero necesario con miras a tener un marco teórico relevante para decidir regular o no estos aspectos de los mercados online. Un ejemplo de la relevancia que ha ido adquiriendo este tema en los últimos años son las numerosas acusaciones en contra de ciertas aerolíneas por, supuestamente, cobrar precios más altos entre más veces haya accedido a la página la persona en cuestión[2]. Pero los ejemplos no se reducen sólo a éste, por lo que el problema no pierde validez si las acusaciones anteriores hubieran resultado infundadas e injustas: las empresas pueden ofrecer descuentos personalizados si el consumidor es "nuevo" (o si es un fiel e histórico comprador de la tienda), pueden ofrecer descuentos que duran sólo por un tiempo limitado o que dependen del stock disponible, pueden ir cambiando los precios a través del tiempo para estimar la demanda como sucede (nuevamente) con las aerolíneas, o incluso pueden solicitar los datos de la persona para ofrecerle promociones por mail más adelante, todas acciones que tienen su contraparte en la estrategia de búsqueda óptima del consumidor. Además, si analizamos todo el mercado del *e-commerce*, dudo que alguien ponga

[1]Las llamadas cookies son pequeños archivos de texto que almacenan información del usuario. La mayoría de las páginas web las utilizan, y permiten, por ejemplo, personalizar la publicidad que se muestra a cada usuario. Para más información sobre ellas, ver Schartz (2001).

[2]Para ver ejemplos de esto simplemente utilizar algún buscador con algunas palabras claves como cookies y aerolíneas, o, en su defecto, realizar la búsqueda en inglés para acceder a más resultados.

en duda la relevancia que ha ido, y probablemente seguirá, adquiriendo en el futuro, con cada vez mayores volúmenes de venta en internet, más empresas vendiendo por internet, y más consumidores reemplazando sus compras físicas por compras *online*.

El marco que utilizaremos es aquel en el cual un consumidor debe encontrar el producto y precio que le sean más convenientes, en un contexto en donde no cuentan con toda la información que les gustaría ya que acceder a cada tienda tiene un costo de búsqueda asociado, como puede ser el tiempo destinado a acceder a otra página y a encontrar el producto dentro de ella (ver Ellison and Ellison 2009 y Ellison and Wolitzky 2012 para estrategias de ofuscación de búsqueda en esta línea), o el tener que investigar y encontrar alguna tienda que no conocía y que venda el producto deseado, o incluso algún costo monetario, como pueden ser los megabytes que debe consumir durante la búsqueda (los cuales tienen un costo). Además, las empresas pueden recopilar y analizar una gran cantidad de información sobre lo que hace el usuario durante su proceso de compra, gracias a las ya mencionadas cookies y otras herramientas por el estilo, lo que les permite identificar si el consumidor está accediendo por primera vez a la página o si ya la había visitado previamente y no había comprado, lo cual le puede indicar a la tienda si la persona cuenta con información sobre los precios y productos de la competencia. Consideraremos, al igual que en el paper seminal de Stahl (1989), que hay dos tipos de consumidores, diferenciados solamente por sus costos de búsqueda -positivos o cero-, quienes deben decidir en donde comprar un bien homogéneo cuya demanda es de conocimiento público. El elemento clave es que las empresas pueden ofrecer un precio de “ida” y otro de “vuelta”, a diferencia del modelo de Stahl, tal que el consumidor sabe con certeza el precio que encontrará si vuelve a visitar la tienda en el futuro. En un setting como éste podría ocurrir que, en equilibrio, y a diferencia de los modelos de Stahl y Varian (1980), los consumidores buscadores terminaran pagando algunas veces precios más caros que los no buscadores.

Después de revisar la literatura relevante, y posteriormente describir el *setting* y equilibrio del modelo de referencia de Stahl, el paper está organizado de la siguiente manera: el caso general está analizado en la sección 4; un caso particular con consumidores con costos infinitos, a lo Varian, se encuentra en la sección siguiente; un análisis más general del problema desde la perspectiva de diseño de mecanismos está en la sección 6; y un análisis de cuando las empresas pueden fijar su precio de retorno de manera completamente endógena se encuentra en la sección 7. Finalmente, el paper concluye con los resultados más relevantes y algunas líneas futuras de investigación y extensiones que pudieran resultar relevantes.

2. Revisión de la Literatura

La literatura dentro de la cual se enmarca el presente trabajo es en la intersección de la de costos de búsqueda con la de discriminación de precios, y, en particular, la de discriminación sobre lo que ha realizado la persona en el pasado, es decir, sobre su conducta o historial. La literatura de costos de búsqueda secuencial comienza con autores como Wolinsky (1986) y Stahl (1989), quienes construyen modelos en donde los consumidores deben tomar decisiones sobre cuántas firmas ir visitando para descubrir la mejor oferta, teniendo en cuenta que el visitar una tienda adicional tienen un costo involucrado. Ambos autores desarrollan modelos en los cuales las personas deben decidir si continuar buscando o parar cada vez que visitan una tienda adicional en donde observan un precio o producto nuevo, al contrario de otro método de búsqueda llamado "por cantidad de empresas fijas", en el cual los consumidores deciden *ex-ante* el número de tiendas que visitarán para posteriormente tomar sólo la decisión de donde comprar. Stahl (1989), en específico, considera que hay dos grupos de consumidores: uno con un costos positivos de búsqueda, y otro, los informados, con costos cero, los que buscan en todas las alternativas disponibles antes de elegir el lugar en donde comprar, por lo que siempre compran en la tienda con el precio más bajo. Varian (1980) considera, en cambio, un grupo de consumidores con costo cero y otro con costo lo suficientemente alto tal que sólo visitan una tienda. Chen and Zhang (2011) agrupan en un único modelo a consumidores desinformados a lo Varian con otro grupo de desinformados a lo Stahl, además de los consumidores informados, y encuentran un equilibrio mixto con una zona con densidad cero en el cual, en ciertos casos, una reducción en los costos de búsqueda lleva a un aumento en los precios de equilibrio. Wolinsky (1986), a diferencia de los autores anteriores, incorpora en su modelo el hecho de que los consumidores tienen que averiguar no sólo el precio sino también la valoración que le asignan al producto de cada tienda, lo que resulta en que, en equilibrio y a diferencia del modelo de Stahl, los consumidores con costos positivos visitan más de una tienda (todos estos modelos asumen que la primera búsqueda tiene costo cero para todos).

Cabe notar que ambas estrategias, la secuencial y la "por grupos" o "por cantidad de empresas fijas", se pueden agrupar dentro de una sola en la cual el consumidor decide visitar cierto número de empresas para posteriormente decidir si visitar o no un grupo adicional (en otras palabras, las estrategias secuenciales anteriores son casos particulares de ésta). Pese a que De los Santos et al. (2012) evalúan empíricamente estas dos estrategias de búsqueda en el mercado de las librerías online en Estados Unidos y encuentran evidencia en contra de la secuencial, hay que considerar que el mercado que analizan está caracterizado por el dominio de Amazon y por la concentración de la mayoría de las ventas en pocas empresas, junto con que la variación de los precios a través de las tiendas era pequeña, por lo que esto no invalida el uso y consideración de la estrategia secuencial como la que más se acerca, en general, a la efectiva de las personas, al menos en el mercado que estamos pensando, el digital.

La mayoría de la literatura de búsqueda del consumidor trabaja con retornos sin costo para el consumidor, o *free recall*, en donde si éste decide volver para comprar a una tienda que ya visitó anteriormente sabe con certeza que va a tener acceso al precio antes observado, a diferencia de la literatura de *job market search*, en donde la probabilidad de volver a encontrar una oferta anterior es cero. Karni and Schwartz (1977) y Landsberger and Peled (1977) analizan situaciones intermedias, con probabilidades entre cero y uno de acceder a ofertas previas. Janssen and Parakhonyak (2014) incorporan retornos con costos exógenos, y ven qué ocurre en los clásicos settings de búsquedas secuenciales de Stahl y Wolinsky. El problema que abordo en este paper se puede pensar como uno en donde los costos de retorno no son ni cero ni exógenos, sino que son, por el contrario, endógenos, ya que las empresas, al poder ajustar los precios, lo que están haciendo es crear costos de retorno para los usuarios.

Probablemente el trabajo más relacionado con el actual es el de Armstrong and Zhou (2015), quienes también se enfocan en cómo las empresas se comportan si pueden identificar qué consumidor ha visitado antes su tienda y cuál no, también en un modelo con búsquedas costosas de los consumidores. El *setting* que utilizan es uno en donde los consumidores tienen que acceder a la tienda para conocer su valoración del producto junto con el precio, y en donde las empresas no conocen el precio que la competencia les ofrece a los consumidores, ni tampoco cuál es la verdadera valoración ni de su producto ni del de la competencia por parte de cada consumidor. En este contexto evalúan estrategias de *search deterrence*, como *'buy-now discounts"* (descuentos del precio actual por sobre el que habrá cuando la persona vuelva a la tienda) y *"exploding offers"* (cuando la empresa sólo les vende la primera vez que visitan la tienda). En específico, encuentran el equilibrio en competencia oligopólica con preferencias heterogéneas a lo Hotelling, el cual, a diferencia del problema con valoraciones homogénea, es en estrategias puras y no mixtas. Además, con valoraciones homogéneas proponen sólo un equilibrio con *exploding offers* con precios iguales al de reserva de los consumidores, estrategias que, pensando en los mercados de internet, no considero ni creíbles ni realistas, ya que un libro en Amazon seguirá estando a la venta más adelante por más que se haya agotado en cierto momento, al igual que un ticket de cierta aerolínea a un determinado destino seguirá a la venta más adelante, aunque sea un viaje más largo o en una fecha levemente distinta o tenga más escalas.

Otro paper que investiga cómo las empresas pueden afectar las búsquedas de los consumidores, y por tanto la cantidad de información con la que cuentan en el momento de la compra, es el de Ellison and Wolitzky (2012). En él, los autores discuten un modelo de búsqueda con costos endógenos pero en un sentido distinto: analizan qué pasa cuando las firmas pueden obfuscar las búsquedas de los consumidores aumentando el costo de obtener el precio dentro su propia tienda, por ejemplo, haciendo más lento el proceso de encontrar el producto o haciendo derechamente más lenta su página de internet. Esta estrategia termina perjudicando a los consumidores no sólo haciendo que incurran en mayores costos de búsqueda, si no también subiendo los precios. En su paper, y similar a los resultados de Diamond (1971), encuentran que pequeñas fricciones en los procesos de búsquedas pueden resultar en grandes cambios en los precios de equilibrio.

Dejando de lado los modelos de costos de búsqueda propiamente tales, hay otros papers que también intentan responder preguntas sobre discriminación sobre la conducta o historial de la persona. En particular, Acquisti and Varian (2005), partiendo del análisis de un rápido desarrollo de la industria tecnológica, desarrollan un modelo en donde un monopolista condiciona su precio en si la persona compró o no en el primer período, utilizando cookies para identificar las acciones de cada uno (al igual que en este paper), y comparan los resultados de cuando el monopolista se puede comprometer a mantener los precios con cuando no es creíble. Dividen a los consumidores entre los de valoración alta y los de baja, y encuentran, al igual que Stokey (1979), que con compromiso al monopolista no le va a convenir condicionar los precios, en este caso en la historia de compras personales. Sin embargo, cuando extienden el modelo e incorporan consumidores "miopes" (o aquellos con costos de privatizar su información muy altos), y cuando el consumo de la segunda unidad tiene un valor mayor (como cuando la segunda compra es más eficiente gracias a *one-click shopping*), el condicionar sí se vuelve beneficioso, y tanto para el consumidor como para el monopolista. Cuando extienden el modelo a uno con competencia encuentran que cobrar precios constantes no es de equilibrio, y que hay cierto *"customer poaching"* (ver Fudenberg and Tirole 2000). Por otro lado, Chen (2005) presenta una revisión de la literatura de discriminación según el historial de compra, pero, como el mismo nombre lo indica, se centra en modelos con compras repetidas, a diferencia del modelo con una sola compra del presente paper.

Finalmente, Ellison and Ellison (2005) revisan las características más relevantes de los mercados en internet, centrándose en lo que lo diferencia del resto de los mercados.

3. Modelo estándar

En el ya mencionado paper seminal de Stahl (1989), el autor encuentra un equilibrio en el cual las firmas compiten con estrategias mixtas y los consumidores con costos de búsqueda positivos no buscan en más de una firma. Si se incorporara la opción de que las firmas pudieran discriminar entre los que visitan la tienda por primera o por segunda vez, como puede ocurrir en internet con empresas que registran los datos del usuario y lo identifican cada vez que se mete a la página desde el mismo computador o dispositivo móvil, no es evidente lo que pasaría: las empresas podrían competir de manera más fuerte en un intento de obfuscar la búsqueda de los consumidores, sobre todo de los con costos bajos, pero también podría ocurrir que hicieran justo lo contrario, intentando aumentar sus ganancias mediante los consumidores que retornan a su tienda y les pagan un precio más alto. Durante esta sección, explicaré brevemente el modelo de Stahl y sus principales resultados (para más detalles ver directamente el paper), para utilizarlo posteriormente como benchmark y punto de comparación, analizando las ganancias de las firmas, el bienestar de los consumidores y el bienestar de la sociedad.

3.1. Modelo

Consideremos un modelo en dos etapas en el cual las $N \geq 2$ tiendas deben fijar un precio por un bien homogéneo en la primera. Las tiendas, todas idénticas, tienen costos marginales constantes de producción normalizados, sin pérdida de generalidad, a cero. Denotemos, siguiendo la notación de Stahl, la distribución de precios de equilibrio de Nash por $F(p)$. En la segunda etapa, los consumidores deben decidir secuencialmente cuántas tiendas visitar y en cuál comprar, de manera tal que si deciden visitar una tienda adicional descubren su precio para luego decidir si compran en alguna de las que ya han visitado o si visitan una más, realizando nuevamente el mismo procedimiento.

Los consumidores tienen funciones de demanda $D(p)$ con pendiente negativa y $\int_0^\infty D(x)dx < \infty$, tal que la función de ganancias de la firma, $R(p) \equiv pD(p)$, es continua y tiene un único máximo en p^m. Asumiremos que $R(p)$ es continuamente diferenciable y que $R'(p) > 0$ si $p < p^m$. Hay dos tipos de consumidores, los cuales son idénticos salvo en la siguiente dimensión: los "buscadores" (B), en proporción $\mu \in (0,1)$, quienes no tienen costos de búsqueda ($c_B = 0$), y, en la proporción restante $1-\mu$, los "no buscadores" (NB), quienes tienen costos $c > 0$ por tienda visitada. Las firmas conocen esta proporción μ. Si se quiere, podemos pensar en un continuo de consumidores de masa unitaria. Los consumidores, pese a que deben visitar cada tienda para averiguar su precio, tienen expectativas racionales sobre la distribución de precios de equilibrio. Además, y como es común en la literatura, la primera visita a una tienda tiene costo cero para todos los consumidores, por lo que siempre visitan, por construcción, al menos una.

Así, estamos interesados en encontrar un Equilibrio de Nash Simétrico para las empresas

(SE), en el cual si un consumidor observa un desvío mantiene sus creencias de que el resto de las firmas están usando sus estrategias de equilibrio[3].

3.2. Equilibrio

Stahl encuentra que, dado $\mu \in (0,1)$, F(p;r) es una distribución de precios SE condicional en el precio de reserva r de los consumidores no buscadores -mínimo precio sobre el cuál deciden continuar con su búsqueda-, la cual no tiene átomos, y, denotando por $p_r = min\{r, p^m\}$, entonces los beneficios esperados de las firmas en equilibrio se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\pi = \mathbb{E}[\pi(p_r, F)] = R(p_r)(1-\mu)/N. \tag{3.1}$$

Por lo que resolviendo $\mathbb{E}[\pi(p, F(p;r)] = \pi$ para F(p;r), obtenemos:

$$F(p;r) = 1 - \left[\left(\frac{1-\mu}{N\mu}\right)\left(\frac{R(p_r)}{R(p)} - 1\right)\right]^{\frac{1}{N-1}}, \tag{3.2}$$

en donde el precio de reserva r es la única solución a la siguiente ecuación,en el caso de que esté en $[0, p^m]$:

$$\int_{b(P_r)}^{P_r} D(p)F(p; p_r, \mu, N)dp - c = 0, \tag{3.3}$$

con $b(P_r)$, el precio más bajo del soporte, definido a partir de $F(b(r); r) = 0$, la única solución a lo siguiente ecuación:

$$R\left[b(r)\right] = \left[\frac{1-\mu}{1+(N-1)\mu}\right] \cdot R(p_r). \tag{3.4}$$

4. Caso general

Extendiendo el modelo de la sección anterior, permitiremos que las empresas puedan identificar cuando el consumidor visita por segunda vez su tienda y ofrezcan, inicialmente, tanto un precio de compra de "ida" p_1 como uno de "retorno" p_2 para la segunda visita a la tienda. Consideraremos, como es común, sólo equilibrios simétricos, y supondremos que las firmas fijan sus precios aleatoriamente dentro de una función de distribución de probabilidades $F(\cdot)$ (distribución que, si su soporte se reduce a un sólo punto, representa una estrategia pura, o, de lo contrario, una mixta). Consideraremos también que las empresas deben cumplir sus precios prometidos, y por lo tanto los consumidores no dudan de éstos. Además, los

[3]Ellison and Wolitzky (2012) explican este tipo de equilibrios, al cual llaman *symmetric sequential equilibrium*.

consumidores “no buscadores” tienen un costo de $\theta \cdot c \geq 0$ de abandonar la tienda y volver sin haber visitado ninguna, con $\theta \in [0, 1]$.

Lema 1. *En cualquier SE, el precio de retorno de la empresa i está acotado inferiormente respecto al de ida, tal que* $p_{i1} < p_{i2} + \theta c$.

Demostración. Por contradicción, si $p_{i1} \geq p_{i2} + \theta c$ entonces nadie compraría en la empresa i a la ida, ya que el abandonar la tienda y comprar en la segunda visita sin visitar ninguna tienda adicional nunca reporta peores utilidades, ya que el consumidor nunca terminará pagando más, por lo que el comprar durante la primera visita estaría débilmente dominado por abandonar y retornar inmediatamente para comprar. Por lo mismo, la tienda tiene incentivos estrictos a cambiar sus precios para tratar de vender inicialmente. □

De ahora en adelante asumiremos que $\theta = 0$.

4.1. Estrategias de búsqueda óptimas

En relación al caso de Stahl (1989), en donde los consumidores con costo cero siempre buscan en todas las tiendas, ahora las estrategias de búsqueda para los dos tipos de consumidores cambian ya que a medida que van buscando van perdiendo opciones, porque van perdiendo la posibilidad de pagar el precio de ida en la última tienda en la que estaban, cuestión que no ocurre en el modelo de Stahl porque las tiendas no pueden cambiar sus precios. Es por esta razón que podría ocurrir que los consumidores de tipo buscador, quienes no tienen costos (exógenos) de búsqueda, decidan terminar su búsqueda antes de haber agotado todas las alternativas del mercado.

Denotando por p_{i1} el precio de ida de la tienda i y por p_{i2} su precio de vuelta o retorno, los consumidores analizan su decisión de búsqueda marginal considerando únicamente, aparte de sus costos de búsqueda, los precios de ida y vuelta que les ofrece la tienda en la que se encuentran actualmente, digamos z_{i1} y z_{i2}, y el mejor precio de retorno de las tiendas que ya visitó y abandonó, $z_{j2} \equiv min_{k=1,...,i-1}\ z_{k2}$. Podemos considerar que si sólo ha visitado una tienda entonces $z_{j2} = \infty$. De esta manera, el beneficio esperado del consumidor de buscar en una tienda adicional, si las tiendas cobran según una distribución de precios $F(p)$, es:

Caso 1: si $z_{i1} \geq z_{j2}$,

$$\begin{aligned}
V(p; z_{i1}, z_{i2}, z_{j2}) &\equiv \int_{\underline{p}}^{z_{j2}} \left(\int_{p}^{z_{j2}} D(x)dx \right) f(p)dp \\
&= \int_{\underline{p}}^{z_{j2}} \left(\int_{\underline{p}}^{p} f(x)dx \right) D(p)dp \\
&= \int_{\underline{p}}^{z_{j2}} D(p)F(p)dp \geq 0, \qquad (4.1)
\end{aligned}$$

con $\underline{p}$ el ínfimo del soporte de $F(p)$. Esta expresión es equivalente a la del caso estándar sin discriminación, ya que el consumidor no pierde una alternativa relevante al buscar una vez más.

Caso 2: si $z_{i1} < z_2 \equiv min\{z_{i2}, z_{j2}\}$,

$$\begin{aligned}
V(p; z_{i1}, z_{i2}, z_{j2}) &\equiv \int_{\underline{p}}^{z_{i1}} \left(\int_{p}^{z_{i1}} D(x)dx \right) f(p)dp - \int_{z_{i1}}^{z_2} \left(\int_{z_{i1}}^{p} D(x)dx \right) f(p)dp \\
&\quad - \int_{z_2}^{\overline{p}} \left(\int_{z_{i1}}^{z_2} D(x)dx \right) f(p)dp \\
&= \int_{\underline{p}}^{z_{i1}} \left(\int_{\underline{p}}^{p} f(x)dx \right) D(p)dp - \int_{z_{i1}}^{z_2} \left(\int_{z_{i1}}^{p} f(x)dx \right) D(p)dp \\
&\quad - \int_{z_{i1}}^{z_2} D(p)dp \int_{z_2}^{\overline{p}} f(x)dx \\
&= \int_{\underline{p}}^{z_{i1}} D(p)F(p)dp - \int_{z_{i1}}^{z_2} D(p) \left(F(p) - F(z_{i1}) \right) dp \\
&\quad -(1 - F(z_2)) \int_{z_{i1}}^{z_2} D(p)dp, \qquad (4.2)
\end{aligned}$$

donde se puede notar que el segundo y tercer término de (4.2) son negativos, por lo que, y a diferencia del caso anterior, no es evidente que $V(\cdot)$ sea siempre positivo. Si el beneficio esperado fuera negativo lo que sucedería es que incluso el consumidor sin costos de búsqueda detendría su búsqueda en la empresa $i < N$, empresa que no necesariamente tiene el menor precio del mercado.

Si derivamos $V(\cdot)$ respecto a z_{i1} en el caso 2, obtenemos:

$$V'(p; \cdot, z_{i2}, z_{j2}) = D(z_{i1})F(z_{i1}) + f(z_{i1}) \int_{z_{i1}}^{z_2} D(p)dp + D(z_{i1}) \geq 0, \qquad (4.3)$$

lo que significa que a mayor precio de la tienda actual, mayores son los beneficios esperados de una búsqueda adicional, lo que es intuitivo. Además, esto significa que bajo cierto precio crítico todos los consumidores detendrán su búsqueda.

El precio de reserva del consumidor de tipo l, r_l, es decir, el precio máximo desde el cual decide detener su búsqueda, es aquél precio que da solución a:

$$V(p; r_l, z_{i2}, z_{j2}) = c_l, \text{ con } l \in \{B, NB\} \text{ e } i < N, \tag{4.4}$$

el cuál será único debido a que $V'(\cdot)$ es creciente. Además, podemos notar que, para una misma distribución de precios de las empresas, r_{NB} siempre será mayor que el precio de reserva de estos individuos en el contexto de Stahl (1989), ya que una búsqueda adicional no sólo involucra el costo propio de hacerlo, sino también el riesgo de terminar pagando un precio más alto.

Lema 2. *En cualquier SE, siempre existirá un único precio de reserva de los consumidores buscadores r_B estrictamente mayor al ínfimo del soporte de $F(\cdot)$, $\overline{p}$.*

Demostración. Por contradicción, si r_B fuera igual a $\underline{p}$ entonces el beneficio marginal de una búsqueda dado que se observa r_B sería negativo (ver ecuación (4,2)), lo cual es una contradicción por la definición que dimos de r_B. Y, además, sabemos que r_B no puede ser menor a $\underline{p}$ ya que V es creciente. $\square$

Corolario 2.1. *No puede haber un SE en donde los consumidores con costos bajos ($c_l = 0$) siempre paguen el precio (de ida) más barato del mercado.*

La intuición de lo anterior es que, con probabilidad positiva, el de tipo buscador agotará todas sus opciones y tendrá que retornar a alguna tienda para comprar, por lo que en todos esos casos terminará pagando un precio más caro que si hubiera comprado a la ida en la misma tienda.

Lema 3. *En cualquier SE, un consumidor detendrá su búsqueda si $V(\cdot) < c_l$ o si ya ha visitado todas las N tiendas, y continuará de lo contrario.*

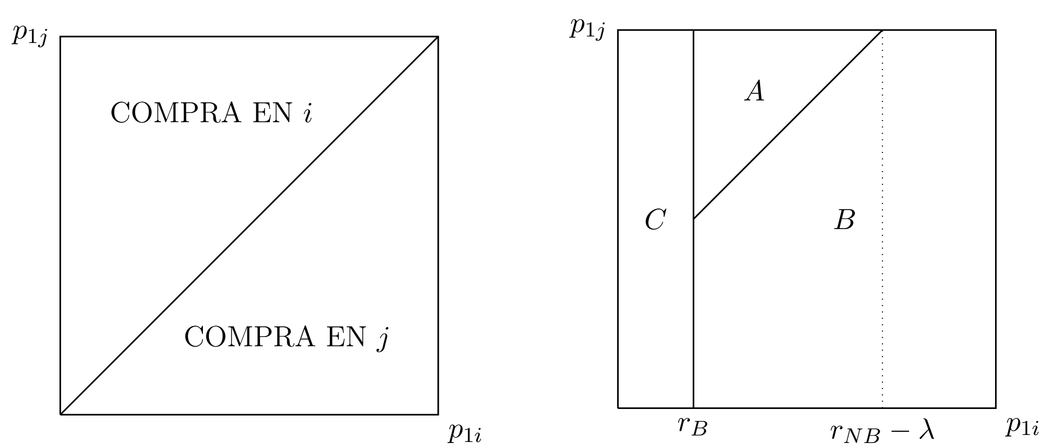
La lógica, por inducción hacia atrás, es que el consumidor buscará en una tienda adicional si su beneficio marginal esperado de hacerlo es mayor a su costo marginal, y detendrá su búsqueda de lo contrario. Cabe notar que si el número de tiendas K que le quedan al consumidor por visitar es positivo, entonces la regla de decisión de búsqueda es independiente de él. Cabe notar que los de tipo buscador se devuelven solamente si ya han agotado todas las opciones de tiendas que tienen.

4.1.1. Diferencias de las estrategias de búsqueda

Si suponemos que en el mercado hay únicamente dos firmas i, j que fijan sus precios según una distribución con un soporte común $[\underline{p}, r_{NB}]$ (para los precios de ida), entonces podemos representar de manera relativamente simple cómo cambian las estrategias de búsqueda de los consumidores al permitir que las firmas fijen precios de retorno distintos que los de ida, de manera tal que $p_2 = p_1 + \lambda$ con $\lambda \in (0, r_{NB} - r_B)$.

De partida, las estrategias de búsqueda de los consumidores de tipo no buscadores son iguales en ambos casos, con $\lambda = 0$ y con $\lambda > 0$, ya que siempre consumen en la primera tienda que visitan, por definición del supremo del soporte de las distribuciones de precios. Sin embargo, los de tipo buscadores sí preferirán buscar en algunos casos: si observan un precio mayor (o igual) a su precio de reserva, $p_{1i} \geq r_B$, van a visitar también la tienda j, y van a decidir volver a la tienda inicial sólo si $p_{1i} + \lambda < p_{1j}$. En el caso estándar con precios de ida iguales a los de vuelta este tipo de consumidores siempre visita todas las tiendas y compra en la más barata.

Las figuras que se presentan a continuación muestran las estrategias de búsqueda óptimas para los consumidores con costo cero que parten buscando en la tienda i para cada posible combinación de precios p_{1i} y p_{1j} en el caso con precios iguales y con precios crecientes (recordemos que el individuo debe abandonar i para descubrir p_{1j}):



(a) *Con* $\lambda = 0$ **(b)** *Con* $\lambda > 0$

Figura 1: *Estrategias óptimas del consumidor de tipo buscador que parte en la tienda i para las distintas combinaciones de precios.*

En la figura de la izquierda la estrategia es trivial: compra en la tienda con el menor precio. En la de la derecha, el consumidor, de partida, sólo visita j si le cobran un precio mayor a r_B, por lo que en la zona C siempre compra en i. Una vez que visita la otra tienda, decide volver dependiendo no sólo del valor del precio descubierto, sino también de λ, lo que explica que la curva de indiferencia entre volver o no se haya desplazado hacia arriba; de esta manera, en la zona A decide retornar, mientras que en B prefiere quedarse en la tienda j.

Siguiendo con el mismo ejemplo, las empresas obtienen ganancias extras aumentando sus precios de retorno gracias a los consumidores de tipo buscador que vuelven a su tienda y terminan pagando un λ adicional, situación que ocurre en la zona A de la figura anterior. Sin embargo, y como el atento lector estará pensando, la distribución de precios de equilibrio puede cambiar, por lo que el análisis de estática comparativa no es tan simple: tanto la distribución como los límites de su soporte pueden ser diferentes (y por lo tanto los precios de reserva también). Además, si aumenta λ, aumenta el precio de reserva de los dos tipos de consumidores, por lo que podrían tener más ganancias en estos extremos, pero, por otra parte, y como están en competencia y son empresas simétricas, las empresas podrían querer evitar que los consumidores visiten más tiendas ya que saben que es más difícil que vuelvan (*ceteris paribus*, A disminuye), por lo que podrían querer bajar sus precios para evitar que esto ocurra. Para analizar que efecto predomina es necesario entender cómo las empresas fijan sus distribuciones, lo que veremos a continuación.

4.2. Estrategias de las empresas

De partida, debido a que los consumidores van a decidir continuar buscando si están indiferentes entre hacerlo o no, esto implica que, en equilibrio, las empresas no cobrarán el mismo precio (¡ni siquiera el monopólico!), ya que un leve desvío de ϵ en el precio les brindaría una ganancia esperada estrictamente positiva, debido a que tendrían un aumento discreto en su demanda por todos aquellos consumidores que antes visitaban su tienda y decidían seguir buscando y ahora deciden detener su búsqueda, mientras tendrían sólo una disminución infinitesimal en su precio cobrado. Además, $p = CMg = 0$ tampoco es de equilibrio, ya que una tienda podría aumentar en ϵ su precio y obtener ganancias positivas vendiéndole a los con costos positivos que parten en su tienda.

Lema 4. *Dado $\mu \in (0, 1)$, si $F(\cdot)$ es una distribución de precios SE, entonces no tiene átomos en $[r_B, \overline{p}]$.*

Si tuviera átomos una tienda podría cobrar un precio levemente más barato, tal que quede justo por debajo del él, y aumentar discretamente sus ganancias gracias a las ocasiones en las que antes hubiera empatado con las otras empresas en este átomo y donde los buscadores en su retorno se hubieran repartido y ya no lo hacen. Para una prueba formal de esto ver Varian (1980) y/o Stahl (1989).

Lema 5. *Dado $\mu \in (0,1)$, si $F(\cdot)$ es una distribución de precios SE, entonces no existe más de un precio con densidad positiva ($F'(\cdot) > 0$) en $\left[\underline{p}, r_B\right)$.*

Demostración. En este tramo, por definición de r_B, todos los consumidores que lleguen a la tienda van a comprar, por lo que no es posible que la empresa esté indiferente entre dos precios de este tramo ya que la demanda de estos dos precios es exactamente igual, por lo que sus ganancias esperadas son siempre diferentes. □

Corolario 5.1. *Si $\mu \in (0,1)$ y $F(\cdot)$ es un SE, entonces siempre existirá un único precio menor a r_B con densidad positiva.*

Demostración. Por definición de r_B, no pueden no haber precios con probabilidad positiva menores a r_B, y, por el lema anterior, no pueden haber más de un precio con densidad positiva. □

Lema 6. *Si F(p) es una distribución SE condicional en r_B, r_{NB}, y el supremo del soporte de p_1 es mayor o igual que el de p_2, entonces el máximo precio que cobrarán las tiendas será $p_r = \text{mín}\{r_{NB}, p^m\}$.*

Demostración. Cobrar por encima de p_r nunca va a ser óptimo, ya que si p es mayor a p^m entonces la empresa tendría ganancias estrictamente mayores cobrando p^m, por definición de p^m, mientras que cobrar un precio más alto que r_{NB} tampoco es óptimo ya que ninguno de los dos tipos de consumidores le compraría, por lo que tendría ganancias cero. □

Si no se cumple esta condición del supremo del soporte de p_2 entonces podría ocurrir que existiera un equilibrio en donde, en ciertas ocasiones, las empresas dejen que los dos tipos de consumidores busquen en otras tiendas, apostando por aquellos consumidores que lleguen de otra y prefieran pagar ese precio que el de retorno de otra. En otras palabras, cobrar un precio mayor a r_{NB} ya no implicaría necesariamente tener demanda cero, ya que habría un rango para p_1 entre r_{NB} y el supremo del soporte de los precios de retorno, $\overline{p}_2$, en donde la empresa sí tendría una probabilidad positiva de venderle a los consumidores que han llegado a su tienda provenientes de otras. Las distribuciones de precios de equilibrio con estrategias de este tipo incluso podrían llegar a tener dos zonas con densidad cero, por arriba de cada uno de los dos precios de reserva de los consumidores, por lo que el problema (y su equilibrio) se hace más complejo de resolver. Estas discontinuidades en la demanda, debido a que ahora los dos tipos de consumidores pueden decidir abandonar la tienda y volver o no más tarde, agregan más incógnitas al problema, por lo que nos centraremos en un escenario con el mismo supremo de los soportes, en el que las empresas cobran sus precios de retorno en función del de ida, y, por lo tanto, ninguna empresa se desvía hacia arriba y simplificamos en parte el problema.

Proposición 1. *Si las empresas están restringidas a cobrar $p_2 = H(p_1)$, con $H'(p_1) > 0$, y $H(\overline{p}) = \overline{p}$, y existe algún equilibrio, entonces $F(p; r^*)$, definido por las ecuaciones (4.5)-(4.8), es un SE del juego.*

$$F'(p) = \begin{cases} \alpha & \text{si } p = r_B - \epsilon, \text{ con } \epsilon > 0, \\ (1-\alpha)G'(p) & \text{si } p_g \leq p \leq p_r - \epsilon, \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases} \tag{4.5}$$

$$\underset{p_{-i}}{\mathbb{E}} \left[\pi_i(p_{-i}; p_i, F)\right] = 0,5(1-\mu)R(p_r) \quad \forall\ p_i \text{ tal que } F'(p_i) > 0 \tag{4.6}$$

Para que los precios de reserva de los consumidores junto con el soporte de $G(\cdot)$ sean consistentes tiene que ocurrir que:

$$r_l^*(\mu, c_l) = \begin{cases} r_l & \text{si } V(\cdot) - c_l = 0 \text{ y } r_l \in [0, p^m), \forall\ l, \\ \infty & \text{de lo contrario;} \end{cases} \tag{4.7}$$

$$p_g^* = \begin{cases} p_g & \text{si } p_g > r_B, \\ r_B & \text{de lo contrario.} \end{cases} \tag{4.8}$$

Con $\alpha \in (0,1)$, y r_B, p_r y $V(\cdot)$ definidos de la forma explicada con anterioridad, y donde el soporte de G es $[p_g, p_r)$, con $p_g \equiv G^{-1}(0)$. Si las firmas juegan según $F(\cdot)$ es porque para cada precio p con densidad positiva la utilidad esperada de la firma es la misma, de ahí la ecuación (4.6).

En este equilibrio, de existir, es directo notar que ninguna firma se quiere desviar hacia arriba de p_r, ya que obtiene ganancias cero, ni tampoco hacia abajo de r_B, ya que obtiene estrictamente menos ganancias que cobrando r_B (no logra aumentar su demanda y disminuye su precio). No obstante, no es igual de fácil, si $p_g > r_B$, analizar si a la empresa le conviene desviarse y fijar un precio en esta zona con densidad cero, ya que no es obvio que las ganancias de hacer que los buscadores que parten en su tienda visiten otras adicionales y vuelvan a pagar un precio más alto con cierta probabilidad positiva sea mayor o menor que asegurárselos con un precio r_B (los que parten en la otra tienda y llegan le van a comprar para cualquier precio en este rango, al igual que los no buscadores que parten en su tienda). Por lo tanto, para comprobar que este equilibrio es consistente es necesario calcularlo y realizar la comprobación numéricamente. Sin embargo, resolver este equilibrio es bastante más complejo que el de Stahl (1989), ya que no es posible hacerlo analíticamente, pero sí numéricamente, a través de un sistema de ecuaciones diferenciales que surgen a partir de la ecuación (4.6). En la sección siguiente, a través de un ejemplo más simple, veremos cómo podemos (intentar) solucionar el problema.

Por último, las funciones de ganancias de las firmas las podemos escribir de la siguiente manera:

Si $p_{j1} \geq r_B$,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\pi_{1,j}(p_{j1}, F)] \equiv & \frac{1}{N} R(p_{j1}) \left((1-\mu) + \mu(N-1)!\,(1-\alpha)^{N-1}\left(1 - G\left(H^{-1}(p_{j1})\right)\right)^{N-1}\right) \\ & + \frac{1}{N} R(H(p_{j1}))\mu\,(N-1)!\,(1-\alpha)^{N-1}\left(1 - G(p_{j1})\right)^{N-2}\left(1 - G(H(p_{j1}))\right). \quad (4.9)\end{aligned}$$

En cambio, si $p_{j1} < r_B$ (en equilibrio, $p_{j1} = r_B - \epsilon$),

$$\mathbb{E}[\pi_{1,j}(p_{j1}, F)] \equiv \frac{1}{N} R(p_{j1}) \left(1 + \mu \sum_{i=1}^{N-1} \binom{N-1}{i} (i!)(1-\alpha)^i\right). \quad (4.10)$$

Es importante tener en mente que, pese a que la forma funcional de las ganancias esperadas de esta Proposición es igual a la de Stahl, ya que las ganancias esperadas en ambos casos son de $0,5(1-\mu)r_{NB}$, éstas dos no son necesariamente las mismas, sino que, por el contrario, probablemente sean diferentes, ya que las estrategias de búsqueda en ambos casos son distintas. Además, como en ambos equilibrios los no buscadores siempre compran en la primera tienda que visitan, un aumento relativo de las ganancias de las firmas significaría una disminución del bienestar total de los consumidores, en relación uno a uno, por lo que el bienestar social sería el mismo. No obstante, lo que sí puede cambiar es el bienestar de cada uno de los dos grupos de consumidores, los que pueden cambiar de manera distinta entre sí, pero para analizar esto es necesaria la solución y caracterización completa de la función $F(\cdot)$.

Proposición 2. *Con N lo suficientemente grande y $F(\cdot)$ un SE, entonces esta distribución siempre tendrá dentro de su soporte al menos una zona con densidad cero, la cual comenzará en r_B.*

Demostración. A medida que aumenta N, disminuye la probabilidad de que los consumidores buscadores retornen a su tienda, por lo que, con N lo suficientemente grande (ó $N \to \infty$), no habrá forma de que las empresas estén indiferente entre asegurárselos o dejar que busquen en otras tiendas y retornen, con su respectiva probabilidad, a pagar un precio más alto. Por lo mismo, una empresa siempre preferirá cobrar $r_B - \epsilon$ que $r_B + \epsilon$. □

Corolario 6.1. *Con $N \to \infty$, siempre existirá un equilibrio de la forma de la Proposición 1, con p_g tendiendo a r_{NB}.*

Demostración. Con N tendiendo a infinito la probabilidad de que un consumidor de tipo buscador agote sus opciones de búsqueda (y por tanto pueda decidir volver) disminuyen hasta llegar a cero, por lo tanto podemos descartar que la empresa quiera fijar un precio entre p_B y p_g (en caso de que sean distintos), que era lo que faltaba antes para poder garantizar que el equilibrio propuesto efectivamente existiera y fuera consistente. Es más, también podemos descartar que la empresa cobre un precio en (r_B, r_{NB}), ya que si sabe que sólo le va a vender a los no buscadores entonces tiene incentivos estrictos a cobrarles el mayor precio que puede sin hacer que éstos busquen en otra tienda, r_{NB}. □

Así, con infinitas tiendas, la distribución de equilibrio consiste en un átomo en cada uno de los dos precios de reserva de los consumidores.

5. Con consumidores buscadores y otros *verdaderamente* no buscadores

Resulta útil plantear una versión más simple del problema con sólo dos empresas y consumidores con costos de búsqueda $\in \{c > v, 0\}$ y demandas de la forma $D(p) = 1$ si $p \leq v = p^m$, o cero de lo contrario, siendo v el precio de una tienda estilo *outside option*. Esta función cumple con todas las condiciones exigidas a $R(\cdot)$ en las secciones anteriores en todos los puntos de su soporte menos en v, en donde $D(\cdot)$ no es diferenciable.

Este ejemplo, pese a ser una versión reducida del juego, simplifica considerablemente el problema sin eliminar dos efectos que se contraponen y nos interesan: por un lado, las empresas tienen incentivos a que los buscadores compren en la segunda "vuelta", ya que así les pagan un precio más alto, pero, y en sentido contrario, también tienen incentivos a asegurárselos en la primera "vuelta" ofreciéndoles un precio lo suficientemente atractivo tal que decidan detener su búsqueda.

En este *setting*, y al igual que en Varian (1980), los consumidores con costos positivos nunca querrán obtener precios adicionales al de la primera tienda (ya que nunca quedarán mejor), por lo que, de comprar, siempre lo harán en la primera tienda, reduciendo la complejidad del problema al permitirnos analizar únicamente la decisión de búsqueda del otro grupo, los con costos cero.

Lema 7. *Las firmas nunca van a elegir un precio de retorno mayor a v.*

Demostración. Si una empresa estuviera cobrando un precio de retorno mayor a v tendría incentivos estrictos a disminuirlo hasta llegar, al menos, a v, ya que nadie hubiera pagado ese precio y no sirve como un mayor incentivo de obfuscación que cobrar sólo v (el consumidor no puede quedar con utilidades negativas), y, además, con v puede tener posibilidades de vender y obtener ganancias. □

Asumamos además, por simplicidad, que la autoridad regula a las empresas y las obliga a fijar sus precios de retorno siguiendo una función $H(\cdot)$ de la forma $H(p_1) \equiv \lambda p_1 + (1-\lambda)v$, con $\lambda \in (0,1)$ (y notando que $H'(\cdot) > 0$, y $H(v) = v$).

Siguiendo con la Proposición 1, si es que existen SEs, entonces hay uno con la forma ya mencionada, con, al igual que en el equilibrio de Varian, una distribución continua de probabilidades, $G(\cdot)$, desde v hacia abajo, y, además, un átomo con probabilidad α justo por debajo de r_B.

Pese a lo anterior, las ganancias esperadas en equilibrio sí son iguales (pero no necesariamente el bienestar de cada tipo de los consumidores):

$$\mathbb{E}[\pi(v)] = 0,5(1-\mu)v. \tag{5.1}$$

Por lo tanto $\alpha \in (0,1)$ debe cumplir con la condición de indiferencia de ganancias, tal que:

$$0,5(1+\mu(1-\alpha))r_B = 0,5(1-\mu)v;$$

y despejando:

$$\alpha = 1 + \frac{1}{\mu} - \frac{(1-\mu)v}{\mu\, r_B}. \tag{5.2}$$

Para encontrar la distribución $G(\cdot)$ tenemos que utilizar, nuevamente, que las ganancias esperadas sean las mismas, por lo tanto tiene que ocurrir que $\forall p_1 \in [H(p_g), v]$:

$$0,5(1-\mu)p_1 + 0,5\mu\left[Pr(p_2 < p_1^B)p_2 + Pr(p_1 < p_2^B)\right] = 0,5(1-\mu)v$$
$$0,5(1-\mu)p_1 + 0,5\mu(1-\alpha)\left[(1-G(H(p_1)))H(p_1) + (1-G(H^{-1}(p_1)))p_1\right] = 0,5(1-\mu)v \tag{5.3}$$

Mientras que, omitiendo desde ahora en adelante el subíndice de precio de ida para ahorrarnos notación, para $\forall p \in [p_g, H(p_g)]$:

$$0,5(1-\mu)p + 0,5\mu(1-\alpha)\left[(1-G(H(p))H(p) + p\right] = 0,5(1-\mu)v. \tag{5.4}$$

Encontrar analíticamente la función $G(\cdot)$ no es posible, ya que no es posible despejarla de la ecuación (5.3), al contrario de los clásicos modelos de búsqueda de la literatura. No obstante, hay otros dos caminos que se podrían seguir para intentar encontrarla, pero, lamentablemente, ambos involucran problemas adicionales. El primero es mediante la iteración de distintos valores de p_g y utilizar (5.4) para encontrar un tramo de $G(H(p))$, para posteriormente ir construyendo tramos adicionales con (5.3), y así sucesivamente, para después analizar la consistencia de p_g. El problema que surge es que no es posible encontrar la distribución completa, al menos iterando para p_g y r_B, ya que sólo se logran (infinitos) tramos discontinuos de $G(p)$.

La segunda alternativa es construir un sistema de ecuaciones diferenciales, ya que sabemos que la empresa estará indiferente entre qué precio cobrar. Así, derivando respecto a p la ecuación (5.3), y suponiendo, por ejemplo, que $\lambda = 0,5$, obtenemos:

$$\begin{aligned} 0 = (1-\mu) + \mu(1-\alpha)\left[-0,5\ (0,5p+0,5v)\ G'(0,5p+0,5v)\right] \\ +\mu(1-\alpha)\left[0,5(1-G(0,5p+0,5v)) - 2p\ G'(2p-v) + (1-G(2p-v))\right], \end{aligned} \tag{5.5}$$

junto con la condición de que $G(v) = 1$. Utilizando un cambio de variables $x = 0,5p + 0,5v$ y reemplazando, llegamos a:

$$\begin{aligned} 0 = (1-\mu) + \mu(1-\alpha)\left[-0,5x\ G'(x)\right] \\ +\mu(1-\alpha)\left[0,5(1-G(x)) - 2p\ G'(4x-3v) + (1-G(4x-3v))\right], \end{aligned} \tag{5.6}$$

lo cual, debido al término $\partial G(4x-3v)/\partial x$, no es posible de resolver utilizando los métodos estándar para encontrar soluciones de ecuaciones diferenciales. No obstante, sí existe una función de MATLAB que permite, hasta adonde tengo conocimientos, solucionar esta llamada *delay differential equation* de tipo neutral, la función ddensd[4]. Aun así, esta programación no es trivial, por lo que por su solución escapa a los objetivos y propósitos de este artículo.

Si pensamos en funciones para el precio de retorno del estilo $H(p_1) = p_1 + \lambda$ con $\lambda > 0$, el problema se hace aun más complicado, debido a que, de partida, ya no podemos saber *a priori* cuál será la utilidad de la empresa en equilibrio, así como tampoco podemos descartar que la empresa se quiera desviar cobrando precios más altos. Pese a lo anterior, esta forma funcional de $H(\cdot)$ permite, dado r_B, p_g y el valor de $G(v-\lambda)$, encontrar numéricamente el resto de la distribución, pero habría que revisar que ésta fuera consistente dado los parámetros, para después encontrar los valores consistentes de los parámetros mismos, lo que se traduce en un complejo problema iterativo que también sobrepasa el alcance de lo que aquí buscamos.

[4] Para más información de esta función dirigirse a Shampine (2008).

Proposición 3. *En el juego especificado en esta sección, de existir equilibrios, entonces el de la Proposición 1 es el único posible.*

La intuición es directa, ya que no pueden haber equilibrios con precios de ida más altos que v. Para una demostración formal ver Varian (1980).

6. Diseño del juego

En el análisis de la secciones anteriores hemos analizado que pasaría si las empresas pudieran cobrar una única tarifa de precios (p_1, p_2) a todos los consumidores; por lo mismo, cabe hacerse la pregunta de qué pasaría si analizáramos un escenario más general, en donde las empresas pudieran ofrecer menús tarifarios, digamos $(p_{NB,1}, p_{NB,2})$ y $(p_{B,1}, p_{B,2})$, tal que cada tipo de consumidor se separe y prefiera uno distinto (para un equilibrio agrupador no hay pérdida de generalidad con un sólo menú). Además, es evidente que, con capacidad de compromiso de parte de las empresas, no hay pérdida de generalidad en enfocarse en menús con sólo un precio de ida y otro de retorno, ya que nadie visitará una tienda por tercera vez.

De partida, como sabemos que en equilibrio el precio de retorno tiene que ser estrictamente mayor que el de ida (en todas las tarifas que se ofrezcan), y que, en equilibrio, los no buscadores van a comprar siempre en la primera tienda, podemos argumentar que $p_{NB,2}$ no es relevante ya que nadie lo va a terminar pagando, y que $p_{B,1}$ no puede ser menor que $p_{NB,1}$ para que se cumpla la restricción de compatibilidad de incentivos del consumidor de tipo no buscador. Por el lado del consumidor de tipo buscador, como el equilibrio del problema es mixto, en ocasiones va a preferir comprar en la tienda, pagando $p_{B,1} \leq p_{NB,1}$, y en otras va a decidir salir a buscar otros precios, volviendo con alguna probabilidad positiva a pagar $p_{N,2} \leq p_{NB,2}$, para que se cumpla su restricción de compatibilidad de incentivos. De esta manera, como $p_{B,1} = p_{NB,1}$, entonces hay solamente dos precios relevantes, por lo que no hay pérdida de generalidad agrupándolos en un mismo menú.

También podría ocurrir que las empresas trataran de inducir a que los consumidores les revelen el mejor precio (de retorno) que hayan conseguido hasta ese momento, y que el menú que se les ofrezca (como ya descartamos que haya más de uno) dependa de éste precio; sin embargo, esta alternativa la podemos descartar por la sencilla razón de que las empresas no tienen cómo hacer que los consumidores les revelen la verdad, ya que éstos siempre van a tener incentivos a mentir y a decir el precio más bajo posible.

7. Con estrategias endógenas de precios de retorno

La extensión natural al problema de las secciones anteriores es permitir que las propias firmas puedan determinar sus precios de retorno de la manera que quieran, la cuál, posiblemente, es en función de sus precios de ida.

Proposición 4. *Estrategias con precios de retorno iguales a los de ida no son un SE.*

Demostración. Sea $r_B < p^m$ el supremo del soporte de p_1 cuando las empresas juegan con estrategias $p_1 = p_2$ (y por lo tanto también el supremo del soporte de p_2), entonces una empresa, en vez de jugar, digamos, $p_1 = p_2 = r_B$ y obtener ganancias de $0,5(1-\mu)r_B$, puede aumentar en $\gamma > 0$ su p_2, aumentando a la vez el precio de reserva de los no buscadores que parten en su tienda, aumentando con ello el supremo de su soporte de precios y, por lo tanto, sus ganancias. Así, por contradicción, la estrategia inicial no es de equilibrio, ya que la segundo les otorgaría estrictamente mayores ganancias de la forma $0,5(1-\mu)r'_B > 0,5(1-\mu)r_B$. (Recordemos que cuando las empresas juegan con estrategias mixtas están indiferentes entre qué precio dentro del soporte cobrar.) □

De esta manera, descartamos que un equilibrio con precios constantes como el de Stahl sea posible en este contexto.

8. Conclusiones

En este artículo hemos levantado el supuesto de los papers seminales de modelos de búsqueda de que los consumidores sin costos de búsqueda siempre pagan el precio más barato del mercado, ya sea porque conocen *a priori* qué tienda es la que tiene el precio más atractivo, o bien porque buscan en todas las empresas y compran en la que más le conviene, diferencia que no tiene impacto alguno en sus modelos ya que las empresas cobran precios constantes. Así, hemos analizado teóricamente qué ocurre cuando las empresas pueden discriminar según las estrategias de búsqueda (digamos, online) de los consumidores, pudiendo identificar cuántas veces han visitado su tienda y ajustando su precio a partir de lo mismo. La primera diferencia que esto produce en relación al modelo de Stahl (1989) es que los consumidores buscadores ya no necesariamente van a buscar en todas las tiendas, ya que van a tener un precio de reserva mayor al ínfimo del soporte de precios, ni van a pagar siempre el precio de ida más barato del mercado, porque si agotan todas sus opciones pueden decidir volver y tener que pagar un precio más caro que los iniciales.

Simplificando el problema, restringiendo el precio de retorno tal que éste sea una función estrictamente creciente y tal que el supremo del soporte del precio de retorno sea igual al del precio de ida, entonces, si existe algún equilibrio, las empresas se anticipan a la presencia de un precio de reserva de búsqueda de los buscadores (mayor al ínfimo de la distribución) y van a tener una estrategia de precios SE que consiste en un átomo justo por debajo del precio de reserva de los buscadores y una distribución continua de probabilidades por debajo del precio de reserva de los no buscadores. Esta estrategia les otorga ganancias esperadas iguales a las de cobrarles el precio de reserva de los no buscadores a aquellos que parten en su tienda, similar a la de Stahl (1989) pero con precios de reserva potencialmente distintos, por lo que no es posible a partir de esto argumentar que las ganancias de las empresas aumentan o disminuyen, con su consiguiente impacto en el bienestar de los consumidores. Para analizar cómo cambia el bienestar de las empresas y de cada uno de los grupo de consumidores es necesario resolver un sistema de *neutral delay differential equations*, el cual, por complejidad, solo planteo y no resuelvo en este trabajo; sin embargo, su solución es clave para contar con todos los efectos que ocurren a la hora de decidir se regular estos mercados o no (y cómo hacerlo), por lo que esto pudiera resultar un asunto interesante para investigaciones futuras.

Además, con el modelo con compromiso por parte de las empresas aquí utilizado, no involucra una pérdida de generalidad que las empresas ofrezcan sólo dos precios -de ida y vuelta-, ni tampoco que ofrezcan sólo un menú de precios, ya que, a fin de cuentas, los consumidores se quedan finalmente o con el mejor precio de ida o con el mejor de vuelta de la tienda.

Finalmente, concluimos que una estrategia a lo Stahl (1989) con precios de ida iguales a los de vuelta no es de equilibrio en este contexto, ya que las empresas tienen incentivos estrictos a desviarse, lo que confirma la importancia del problema aquí planteado.

Referencias

Acquisti, A. y Varian, H. R. (2005). Conditioning prices on purchase history. *Marketing Science*, 24(3):367–381.

Armstrong, M. y Zhou, J. (2015). Search deterrence. *The Review of Economic Studies.*

Chen, Y. (2005). Oligopoly price discrimination by purchase history. *The Pros and Cons of Price Discrimination*, page 101.

Chen, Y. y Zhang, T. (2011). Equilibrium price dispersion with heterogeneous searchers. *International Journal of Industrial Organization*, 29(6):645–654.

De los Santos, B., Hortaçsu, A., y Wildenbeest, M. R. (2012). Testing models of consumer search using data on web browsing and purchasing behavior. *The American Economic Review*, 102(6):2955–2980.

Diamond, P. A. (1971). A model of price adjustment. *Journal of economic theory*, 3(2):156–168.

Ellison, G. y Ellison, S. F. (2005). Lessons about markets from the internet. *Journal of Economic Perspectives*, pages 139–158.

Ellison, G. y Ellison, S. F. (2009). Search, obfuscation, and price elasticities on the internet. *Econometrica*, 77(2):427–452.

Ellison, G. y Wolitzky, A. (2012). A search cost model of obfuscation. *The RAND Journal of Economics*, 43(3):417–441.

Fudenberg, D. y Tirole, J. (2000). Customer poaching and brand switching. *RAND Journal of Economics*, pages 634–657.

Janssen, M. C. y Parakhonyak, A. (2014). Consumer search markets with costly revisits. *Economic Theory*, 55(2):481–514.

Karni, E. y Schwartz, A. (1977). Search theory: The case of search with uncertain recall. *Journal of Economic Theory*, 16(1):38–52.

Landsberger, M. y Peled, D. (1977). Duration of offers, price structure, and the gain from search. *Journal of Economic Theory*, 16(1):17–37.

Schartz, J. (2001). Giving the web a memory cost its users privacy. *New York Times*.

Shampine, L. F. (2008). Dissipative approximations to neutral ddes. *Applied Mathematics and Computation*, 203(2):641–648.

Stahl, D. O. (1989). Oligopolistic pricing with sequential consumer search. *The American Economic Review*, pages 700–712.

Stokey, N. L. (1979). Intertemporal price discrimination. *The Quarterly Journal of Economics*, pages 355–371.

Varian, H. R. (1980). A model of sales. *The American Economic Review*, pages 651–659.

Wolinsky, A. (1986). True monopolistic competition as a result of imperfect information. *The Quarterly Journal of Economics*, pages 493–511.