INSTITUTO DE ECONOMÍA

TESIS de MAGÍSTER

2015

Tarificación Bajo Exclusión Imperfecta

María Alejandra Majluta Y.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMIA
MAGISTER EN ECONOMIA

TESIS DE GRADO
MAGISTER EN ECONOMIA

Majluta, Yeb, María Alejandra

Diciembre, 2015

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMIA
MAGISTER EN ECONOMIA

TARIFICACION BAJO EXCLUSION IMPERFECTA

María Alejandra Majluta Yeb

Comisión

Rodrigo Harrison
Felipe Zurita

Santiago, Diciembre de 2015

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMÍA

Tarificación bajo exclusión imperfecta

María Alejandra Majluta Yeb*

Resumen

El propósito de este trabajo es encontrar un precio eficiente como política óptima para proveer y financiar un servicio público cuando una parte de los consumidores no pagan por su consumo, con el objetivo de proporcionar una herramienta al regulador. Esto se hace en el marco de un modelo de tarifa en dos partes con el número de consumidores que pagan como variable y considerando la falta de pago por parte de algunos consumidores como una externalidad negativa que afecta al resto de la sociedad. Los resultados sugieren que el precio por unidad óptimo debe reflejar un cargo que es igual a la proporción de consumo promedio no pagado sobre consumo promedio pagado. Este cargo está directamente relacionado con la elasticidad precio del número de consumidores que paga e inversamente relacionado con la elasticidad precio de la demanda de los consumidores que pagan. Luego, si el cambio en el número de consumidores es pequeño ante un aumento en la tarificación, el monto del cargo adicional será menor. También será menor a medida que la elasticidad precio de la demanda pagada sea mayor. Por otro lado, si la demanda es inelástica pero el número de consumidores es elástico, es relativamente más eficiente usar el precio por unidad que el cargo por acceso para financiar la producción.

*Alumna de Magíster en Economía, Pontificia Universidad Católica de Chile. Agradezco a los profesores de la comisión de microeconomía Rodrigo Harrison y Felipe Zurita por su ayuda y comentarios durante el semestre de tesis. Los errores y omisiones son de mi exclusiva responsabilidad, email: mamajluta@uc.cl

Índice

1. Introducción

Las pérdidas financieras ocasionadas a empresas proveedoras de servicios públicos como consecuencia de la falta de pago por parte de algunos consumidores constituyen un problema en muchos países. Un ejemplo de esto es el robo de electricidad, se estima que las empresas eléctricas en todo el mundo pierden más de $25 billones de dólares cada año debido a este[1]. En el año 2013, el 22% de la energía comprada en República Dominicana se perdió como consecuencia de factores no técnicos, es decir, robo de electricidad y fraude (FUNGLODE, 2015).

Considerando que el robo de electricidad aumenta los costos de producción de la empresa distribuidora y por esto afecta la tarificación impuesta a los consumidores genuinos (Deupuru et. al, 2011), esta situación plantea un desafío para los economistas a la hora de diseñar e implementar una política que podría mitigar este problema.

Este trabajo explora las ventajas de un instrumento de precio como política óptima para financiar a la empresa distribuidora de electricidad en presencia de individuos que no pagan su consumo, con el objetivo de proporcionar una herramienta al regulador. Bajo el marco de un modelo de tarificación en dos partes se determina cuál es el precio que maximiza el excedente del consumidor y del productor cuando los consumidores tienen la posibilidad de consumir sin pagar, entendiendo esto como una externalidad negativa para la sociedad.

En el marco de este trabajo se considera que el impacto del robo sobre el bienestar social puede analizarse como un efecto directo y uno indirecto. El efecto directo que tiene el robo es que aumenta la tarificación impuesta a los consumidores genuinos. Otro efecto es el indirecto, aquel que el robo produce en el resto de los individuos que conforman la economía. Para esto se desarrolla un modelo donde el

1 Overview of power distribution citado por Deupuru et. al.

aumento de la tarificación hace que mayor cantidad de consumidores comiencen a robar[2].

La diferencia de este trabajo con trabajos anteriores que analizan el modelo de tarificación en dos partes considerando el número de consumidores como variable y dependiente de los precios está en la posibilidad que tienen los consumidores de estar dentro del mercado sin pagar. El primer trabajo que analiza la tarificación en dos partes óptima enfatizándose en el hecho de que el número de individuos dentro del mercado es variable es Ng y Weisser (1974).

El resto del trabajo se organiza de la siguiente manera. En la sección 2 se expone la literatura necesaria para entender la naturaleza del problema. En la sección 3, se plantea un modelo de equilibrio parcial que permite entender las características de la demanda y la oferta del servicio. Luego se resuelve el problema que enfrenta el regulador y se determina el precio óptimo en el sentido de Pareto para el servicio público cuando los individuos pueden consumir sin pagar. Finalmente, en la sección 4 se plantean las conclusiones del modelo e implicancias de política.

[2] Jamil et al (2013) cita que Clotfelter (1983) analiza el impacto de la tasa impositiva sobre la evasión de impuesto y encuentra una relación positiva entre ambos.

2. Revisión Literaria

2.1.Externalidades y bienes públicos

Una externalidad está presente cada vez que el bienestar de un consumidor o las posibilidades de producción de una empresa se ven directamente afectados por las acciones de otro agente (Mas-Collel et. al). El caso más simple de externalidades es el que sólo involucra dos agentes de la economía, donde uno de los agentes incurre en una actividad que afecta directamente al otro.

Las externalidades pueden ser públicas o privadas dependiendo de su naturaleza. Una externalidad es considerada pública si su consumo por parte de un agente no impide su uso por parte de otros agentes. Así, se dice que no existe rivalidad en el consumo.

Otro tipo son las externalidades pecuniarias. Una externalidad pecuniaria es aquella en la que el nivel de actividad de un individuo afecta la restricción presupuestaria de otros. Estas resultan por cambios en los precios de algunos insumos o productos en la economía, pero a diferencia de otros tipos de externalidad, esta no genera un cambio en la función de producción de los bienes. Este tipo de externalidad no produce una asignación ineficiente de recursos bajo competencia perfecta ya que los cambios en bienestar de los individuos son netamente transferencias de riqueza que se producen como respuestas óptimas ante cambios en el entorno, y no por cambios en la tecnología de producción o en la forma que los individuos valoran los bienes.

En presencia de fallas de mercado, el equilibrio de mercado competitivo no es eficiente en el sentido de Pareto, debido a que están presentes efectos externos. En caso de que el consumo de la externalidad por parte de un individuo afecte negativamente el bienestar de los otros consumidores, la cantidad de externalidad asignada por el mercado es superior a la socialmente óptima. Por esta razón se necesita un instrumento de precio o cantidad para corregir el problema de asignación. La política óptima para corregir la externalidad es la misma si la externalidad es pública o privada.

En el contexto de este trabajo se considera el robo de electricidad como una externalidad negativa. Esta externalidad es pecuniaria, ya que afecta la restricción presupuestaria de los consumidores que pagan por medio de un aumento de los precios. Pero no es netamente una transferencia de riquezas debido a que ese cambio en la tarifa modifica la conducta de los consumidores que están pagando, llevándolos a consumir menos o a dejar de pagar. Esto modifica la utilidad de los individuos que pagan y tiene un impacto sobre el bienestar agregado de la economía. Dejar que paguen los demás es óptimo desde el punto de vista individual, pero es ineficiente en el sentido de Pareto desde el punto de vista del conjunto de la sociedad.

Frente a esta falla de mercado, la literatura sugiere que podemos lograr la eficiencia en el sentido de Pareto poniendo un impuesto sobre la externalidad o un subsidio sobre su reducción. Baumol y Oates (1988) cuestionan si las víctimas de la externalidad deben ser compensadas y concluyen que no deberían serlo si el número de víctimas es lo suficientemente grande. La razón de esta conclusión es que si las víctimas son compensadas van a modificar su comportamiento, decidiendo seguir siendo afectadas por las externalidades debido al incentivo que se le ha ofrecido y generando más ineficiencia.

En el caso del robo de energía eléctrica, subsidiar a las víctimas implica no traspasar los costos asociados a la energía no pagada en que incurre la empresa a la tarifa impuesta a consumidores genuinos. Esta política disminuye los costos relativos de pagar el consumo, lo que produce sustitución entre consumo pagado y no pagado, incentivando a los consumidores a pagar y generando ganancias en bienestar. Por otro lado, si se subsidia el consumo de los consumidores que no pagan, cuando los demás consumidores observan que algunas personas o grupos son exentos, las tasas de falta de pago pueden aumentar (Harris, 2012).

2.2. Mercado de electricidad: problemas económicos y evidencia empírica

A pesar de que la electricidad no es un bien público en el sentido económico por el hecho de que es rival y excluible, puede ser considerada un servicio público, debido a que una vez producida el hecho de que un nuevo consumidor lo disfrute no implica un coste adicional y excluir a alguien de su disfrute es costoso.

Los individuos que no pagan por su consumo de electricidad pueden ser excluidos del servicio por medios técnicos. Scott et al. explican que el hecho de que sea necesario un esfuerzo por parte de los políticos para excluir agentes da lugar a sobornos y búsqueda de rentas (*rent-seeking*). Por ejemplo, en algunos contextos los actores políticos pueden ser cómplices de la falta de pago y conexiones ilegales a cambio de pequeños sobornos que pueden socavar los incentivos para excluir a aquellos consumidores ilegales que pueden pagar dichos sobornos. Por esto podemos decir que existe exclusión imperfecta.

Esta dificultad para excluir a los consumidores ilegales hace que la falta de pago, la manipulación del medidor, el consumo no medido y las conexiones ilegales al sistema sean cada vez más frecuentes, constituyéndose en la forma más común en que la energía eléctrica es robada. Este robo de energía conlleva a que las empresas distribuidoras no puedan autofinanciarse.

En la República Dominicana, según Actis (2014) el déficit acumulado entre las empresas distribuidoras ha ido en aumento siendo equivalente al 2% del PIB en el año 2013. El autor lo explica tanto porque no pueden trasladar a las tarifas finales los costos de la energía que compran a los generadores, como por las elevadas tasas de pérdidas de energía bajo las que operan. Las características de servicio público que tiene la electricidad podría justificar la intervención por parte del Estado para crear un mecanismo que logre financiar y proveer la cantidad necesaria de energía.

Una manera de financiar el déficit de las distribuidoras de energía eléctrica es mediante un subsidio. En materia energética, la IEA (International Energy Agency) define un subsidio a la energía como cualquier medida gubernamental referida primariamente al sector energético que disminuya el costo de la producción energética, aumente el precio recibido por los productores de la misma o reduzca el precio que pagan los consumidores[3]. En el caso dominicano, Actis (2014) encuentra que los subsidios a la energía eléctrica implican una pesada carga para el Estado por las transferencias necesarias para financiar el déficit de las empresas eléctricas estatales. Además, partiendo de la premisa de que la población objetivo de los subsidios son los hogares en situación de pobreza, el autor encuentra que se está produciendo una significativa distorsión al desviarse el 94% de los subsidios a hogares no pobres, lo que se conoce como error de inclusión[4].

Otro mecanismo posible para financiar y proveer la cantidad eficiente de energía es el mecanismo de contribuciones involuntarias o impuestos de suma alzada. Sin embargo dicho sistema tiene evidentes limitaciones políticas, por ejemplo, tiene mayor carga relativa en los más pobres[5].

Un instrumento de precios es una herramienta que puede ser usada por el regulador para proveer y financiar el servicio. Las empresas distribuidoras de energía eléctrica constituyen un monopolio natural porque los costos de entrada son muy altos. Bajo esta estructura de mercado, las tarifas en dos partes son utilizadas en la literatura para mejorar la eficiencia de los precios de servicios públicos[6]. Si consideramos la posibilidad de que los individuos consuman sin pagar, una tarifa en

[3] Benavides et a.l (2006)

[4] El subsidio beneficia a consumidores que no deberían formar parte de la masa de receptores del mismo disipando recursos.

[5] Ver Mankiw et al. (2009)

[6] Feldstein (1972), Ng y Weisser (1974)

dos partes eficiente en el sentido de Pareto sería aquella que no cause que ningún consumidor prefiera consumir sin pagar.

2.3. Política de precios

La tarificación de primer mejor para la regulación de una empresa pública establece los precios igual al costo marginal y cubre el déficit resultante con impuestos de suma alzada. Esos impuestos tienen el problema de ser difíciles de implementar. Si el regulador no tiene restricción a poner precios lineales, la tarificación en dos partes es una posibilidad. Dicha tarificación iguala el precio al costo marginal y cubre el déficit resultante con un cargo por acceso. Si ningún consumidor potencial se excluye del mercado por el cargo de acceso, esta es la solución de primer mejor.

En caso de que la demanda sea sensible a cambios en el ingreso, los cambios en el cargo por acceso afectan el nivel de consumo, esta posibilidad se toma en cuenta eligiendo simultáneamente el precio y el cargo óptimo. Varios estudios se han realizado utilizando el número de consumidores dentro del mercado como variable y dependiente del nivel de precios[7]. Los resultados muestran que si los consumidores no son sensibles a cambios en la tarificación, la tarifa de primer mejor maximiza los beneficios. Además muestran que a veces es óptimo poner un precio bajo y un cargo por acceso alto o viceversa para lograr que ningún consumidor quede fuera del mercado. En el desarrollo de este trabajo, este problema es resuelto por un regulador utilitarista, aquel a quien le importa el bienestar en conjunto de toda la sociedad[8].

En las empresas públicas se utiliza este tipo de tarificación no para discriminar precios sino para cubrir distintos costos de producción. Berg et al (1988) mencionan que el cargo por acceso se paga más que por un privilegio de consumir el

[7] Ver Ng et al. (1974), Oi (1971)
[8] Stiglitz (2000)

producto, es porque existen algunos productos físicos que el consumidor obtiene. Ejemplos de esto incluyen la conexión entre el hogar de los consumidores y la empresa pública: estos vínculos pueden implicar (1) alambrado, transformadores, y medidores de electricidad, (2) las tuberías y medidores de gas natural y agua, (3) el acceso a la red de telecomunicaciones por vía del teléfono y líneas físicas.

3. Modelo

El modelo a utilizar consiste en un modelo de tarificación en dos partes donde intervienen dos tipos de consumidores: los que pagan y los que no pagan. La modelación se basa en el trabajo de Weisser y Ng pero incorporando la posibilidad de que los individuos dentro del mercado puedan consumir sin pagar.

En la primera división se presentará un ejemplo de demanda lineal para entender lo que ocurre en presencia de la externalidad y cómo los precios eficientes en el sentido de Pareto deben reflejarlo. Luego estos resultados se expresan en un modelo general.

3.1.Caso función de demanda lineal

Considere una economía con dos bienes: el bien q es la electricidad producida sujeto a costo medio decreciente por una única empresa y el bien x es producido de manera competitiva. El bien x es el numerario de la economía. La empresa cobra por el bien q un precio por unidad p y un cargo por acceso l. Luego, el precio del bien q puede ser definido como:

$$t(q) = l + p \cdot q$$

3.1.1. Consumidores

La población está compuesta por un continuo de individuos normalizado e igual a 1. Existen dos grupos de consumidores: los que pagan por su consumo y los que no pagan. Siguiendo a Becker (1968) algunas personas pagan su consumo y otras no porque sus beneficios y costos de hacerlo difieren. Por tanto, se asume que los individuos tienen distintos costos de robo $h_i \in [0,1]$ que es un costo moral y se distribuye de manera uniforme.

Los individuos derivan utilidad del consumo del bien x y del bien q. Luego podemos definir las preferencias de un individuo mediante la siguiente función de utilidad cóncava:

$$U(x,q,h) = x - \frac{(1-q)^2}{2} - I_h h_i$$

Donde I_h es una función indicatriz que toma el valor de 0 cuando el individuo paga por su consumo y 1 cuando el consumidor no paga. Se asume que todos los individuos tienen el mismo ingreso $m > 0$. Este ingreso lo destina al consumo.

El consumidor que paga maximiza su función de utilidad sujeto a su restricción presupuestaria:

$$máx_{\{x,q\}} U(x,q) = x - \frac{(1-q)^2}{2}$$

$$s.a.$$

$$m = x + pq + l$$

Las condiciones de primer orden del problema son:

$\{x\}$: $$\mathbf{1 - \lambda = 0}$$

$\{q\}$: $$\mathbf{1 - q - \lambda \cdot p = 0}$$

$\{\lambda\}$: $$\boldsymbol{m - x - pq - l = 0}$$

donde λ es el multiplicador asociado a la restricción presupuestaria.

La interpretación de estas condiciones señala que el consumidor que paga maximiza su utilidad en el punto donde la última unidad comprada del bien le da una utilidad igual que su precio. De manera intuitiva, si el consumidor valora esa unidad más que su precio seguiría comprando por lo que su posición no sería óptima, si la valora menos, compró excesivamente.

A partir de este sistema se calculan las funciones de demanda por el bien x y por el bien q, las cuales son:

$$x^* = m - p + p^2 - l$$
$$q^* = 1 - p$$

Sustituyéndolas en la función de utilidad del consumidor que paga, se determina el nivel máximo de utilidad que puede alcanzar el individuo para cada nivel de ingreso y precios de los bienes. Esto se conoce como utilidad indirecta y se define a continuación:

$$V_{paga}(m, p, l) = m - l - p + \frac{p^2}{2}$$

El consumidor que no paga por su consumo del bien q destina todo su ingreso al consumo del bien x, esto modifica su restricción presupuestaria. Por otro lado, pese a que el consumidor que no paga consume q a precio cero, robar le resta utilidad al consumidor. Esta pérdida de utilidad está representada por h_i.

El problema del consumidor que no paga se define como:

$$máx_{\{x\}}\, x - \frac{(1-q)^2}{2} - h_i$$
$$s.a.$$
$$m = x$$

De donde la cantidad óptima de consumo del bien x depende del ingreso y la cantidad óptima de consumo del bien q es exógena y perfectamente inelástica o insensible a variaciones en los precios.

Para este consumidor, las funciones de demanda son:

$$x^* = m$$

$$q^* = 1$$

La utilidad indirecta o nivel máximo de utilidad que puede alcanzar el individuo que no paga dado su ingreso y el precio del bien x se define como:

$$V_{no\ paga}(m,h) = m - h_i$$

Un consumidor marginal es aquel que dado un par (l,p) está indiferente entre pagar y no pagar, por tanto un aumento infinitesimal de $t(q)$ lo lleva a empezar a hurtar. Para este consumidor se cumple que:

$$V_{paga}(m,p,l) = V_{no\ paga}(m,h)$$

El costo de robo del consumidor marginal se denota por $\hat{h}(p,l)$ y se identifica como:

$$\hat{h}(p,l) = l + p - \frac{p^2}{2}$$

Este depende de los precios lo que indica un cambio en los precios puede mover el margen extensivo, haciendo que el consumidor marginal deje de pagar. Bajo el supuesto de que h se distribuye de manera uniforme en el intervalo $[0,1]$:

$$0 \leq \hat{h} \leq 1$$

La restricción sobre p para que la demanda sea no negativa es $p \leq 1$. Con esta condición, la restricción sobre l para que se cumpla que $\hat{h}$ está en ese intervalo es,

$$-\frac{1}{2} \leq l \leq \frac{1}{2}$$

Esta restricción sobre el cargo por acceso puede interpretarse de la siguiente manera: la cota inferior es un subsidio al consumo pagado igual al excedente bruto del consumidor cuando consume a precio cero[9], y la cota superior es un impuesto de la misma magnitud. Los consumidores deciden pagar l solo si es menor o igual a su excedente. El cargo por acceso debe estar en ese intervalo para que los consumidores tengan incentivo a pagarlo.

Un consumidor decide pagar si su utilidad indirecta al hacerlo es mayor a su utilidad indirecta si no lo hace. Luego, para que un consumidor decida pagar debe cumplirse que:

$$\Delta V_i = V_{paga}(m, p, l) - V_{no\ paga}(m, h) > 0$$

Esta condición se cumple si y solo si:

$$h_i > l + p - \frac{p^2}{2}$$

Es decir, la decisión depende del costo de robo de cada individuo h_i. El valor de h que hace que la utilidad indirecta de pagar sea igual a la de no pagar es $\hat{h}$ definido anteriormente. Aquellos individuos que tienen un costo de robo mayor que el del consumidor marginal son los que deciden pagar porque se les hace muy costoso dejar de pagar.

[9] Dada la función de utilidad cuasilineal, el excedente bruto del consumidor que consume a precio cero puede verse como el área bajo la curva de su función de demanda, estos es, $\int_0^1 (1-p)dp = \frac{1}{2}$.

De esto se desprende que la fracción de individuos que no paga son todos los individuos de la población que tienen un costo de robo menor que el del consumidor marginal, y bajo el supuesto de que h se distribuye de manera uniforme esto es:

$$R = \int_0^{\hat{h}(l,p)} dh = \hat{h}(l,p)$$

La fracción de individuos que paga está dada por:

$$N = \int_{\hat{h}(l,p)}^{1} dh = 1 - \hat{h}(l,p)$$

El número de consumidores que pagan por el servicio es variable[10] y dependiente de la tarificación impuesta por el monopolio. Así un aumento en la tarificación mueve el margen extensivo haciendo que más consumidores dejen de pagar. Si $\hat{h} = 1$, entonces todos los individuos deciden no pagar. Cuando $\hat{h}$ se acerca a 0, mayor es la cantidad de individuos que pagan.

Un valor de h cercano a $\hat{h}$ por la derecha implica que ante un cambio pequeño en la tarificación, el individuo deja de pagar. Este hecho implica que existe una discontinuidad en el consumo, ya que cuando el consumidor marginal deja de pagar consume mucho más de lo que consumía previamente.

[10] Esta parte se basa en trabajos de Ng et al. (1974), Oi (1971)

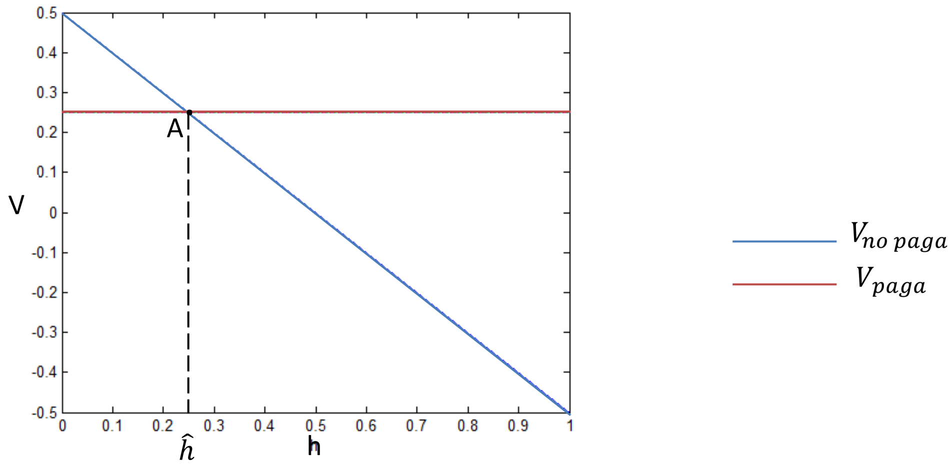

Gráfico 1. Utilidad indirecta de los consumidores

El gráfico 1 ilustra este hecho. Los consumidores que tienen costo de robo inferior a $\hat{h}$ tienen mayor utilidad al no pagar. La utilidad indirecta de no pagar es decreciente en el costo de robo. Los consumidores que tienen un costo marginal mayor a $\hat{h}$ tienen mayor utilidad al pagar. La utilidad indirecta del consumidor marginal se encuentra graficada en el punto A.

El excedente del consumidor mide el bienestar asociado al consumo de una determinada cantidad de un bien a los precios dados. La medida de bienestar de los consumidores que utiliza el regulador es:

$$CS_{total}(m,l,p) = \left(l + p - \frac{p^2}{2}\right) \cdot \left(m - \frac{1}{2}\left(l + p - \frac{p^2}{2}\right)\right) + \left(1 - l - p + \frac{p^2}{2}\right)\left(m - l - p + \frac{p^2}{2}\right)$$

Esta ecuación muestra el excedente total de los consumidores que es igual a la fracción de individuos que no paga multiplicada por el excedente agregado de los consumidores que no pagan más la fracción de individuos que pagan multiplicada por el excedente de cada consumidor que paga.

Algunas razones por las que al regulador puede importarle el bienestar de los consumidores que no pagan es porque le interesa el bienestar de la sociedad como un todo, o porque los políticos saben que su posibilidad de reelección depende del bienestar de los votantes y dichos consumidores deciden por quién votar en función de qué partido se acerca más a sus intereses.

En el agregado, la cantidad demandada de bien q está dada por:

$$Q(l,p) = l + p - \frac{p^2}{2} + \left(1 - l - p + \frac{p^2}{2}\right)(1 - p)$$

El primer término de la ecuación es la cantidad total consumida por los consumidores que no pagan y el segundo corresponde a la cantidad total consumida por los consumidores que pagan.

3.1.2. La firma

La firma distribuidora del bien q es un monopolio natural regulado. En el ejemplo, se asume la siguiente función de costos de producción:

$$C(Q) = f + cQ$$

El excedente del productor es:

$$\pi(l,p) = \left(1 - l - p + \frac{p^2}{2}\right)(l + (p - c) \cdot (1 - p)) - f - c\left(l + p - \frac{p^2}{2}\right)$$

Esta ecuación muestra que la firma distribuidora recibe de cada individuo que paga que paga un cargo por acceso l más un precio p por unidad consumida y tiene un costo de producción igual al costo marginal constante c por cada unidad producida para abastecer la demanda de este grupo de consumidores. La empresa además incurre en un costo de producción c por cada unidad producida para abastecer la demanda de los consumidores que no pagan y en un costo fijo f independiente de la cantidad producida.

3.1.3. Regulador

El regulador maximiza el excedente agregado de los consumidores sujeto a que el excedente del productor es cero. Esto se conoce como precios Ramsey. La intuición detrás de esto es que lograr el máximo bienestar no es posible porque fijar un precio igual al costo marginal lleva al monopolio natural a tener déficit. La empresa debe adoptar precios que se desvían de los costos marginales con el fin de alcanzar financiar los costos de producción.

Si se maximiza una medida del bienestar, que es la suma del excedente agregado de los consumidores más las utilidades de la firma, los precios resultantes serán iguales a los costos marginales. Debido a que la empresa es un monopolio natural y tiene altos costos fijos, estos precios crean un déficit. Para eliminar el déficit, se añade la restricción de que el beneficio debe ser igual a cero, que es el resultado que se podría observar en un entorno perfectamente competitivo.

El regulador resuelve la tarificación a la Ramsey:

$$
\begin{gathered}
máx_{\{l,p\}} CS_{total} \\
s.a. \\
\pi \geq 0 \\
l, p \geq 0
\end{gathered}
$$

El resultado de la maximización de la función objetivo asegura un precio óptimo en el sentido de Pareto, ya que cuando se maximiza, no podemos aumentar el valor de la utilidad indirecta de ningún individuo sin reducir el valor de algún otro.

Las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (K-K-T) asociadas a este problema de optimización son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} = \frac{\partial CS_{total}}{\partial p} + \lambda \frac{\partial \pi}{\partial p} \leq 0 \qquad\qquad p\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l} = \frac{\partial CS_{total}}{\partial l} + \lambda \frac{\partial \pi}{\partial l} \leq 0 \qquad\qquad l\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} = \pi \geq 0 \qquad\qquad \lambda\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0$$

3.1.4. Interpretación de las condiciones de primer orden

A continuación se analizan los efectos de cambios en precios sobre el excedente agregado de los consumidores y sobre el beneficio del monopolio para tener un mejor entendimiento de las condiciones de primer orden del problema del regulador en presencia de consumidores que no pagan.

(a) Cambio en el cargo por acceso l:

El cargo por acceso l es equivalente a una reducción en el ingreso. Por el teorema de la envolvente, un aumento infinitesimal en el cambio por acceso l es equivalente a un aumento infinitesimal en el ingreso en la dirección opuesta:

$$\frac{\partial V_{paga}}{\partial l} = -1$$

Al evaluar el cambio en el excedente agregado de los consumidores ante un aumento del cargo por acceso l, este es igual al número de consumidores que paga por el cambio en su utilidad indirecta al aumentar l. Este cambio es negativo. Intuitivamente, esto se debe a que los consumidores marginales pasan al grupo de consumidores que no pagan y como en este ejemplo la cantidad demandada no depende del cargo por acceso, la única pérdida en el excedente del consumidor agregado en este caso proviene del cargo por acceso pagado por los consumidores que continúan pagando.

$$\frac{\partial CS_{total}}{\partial l} = \left(1 - l - p + \frac{p^2}{2}\right)(-1)$$

El aumento del cargo por acceso l también tiene un impacto sobre las utilidades de la firma. Si aumenta l, el consumidor marginal empieza a consumir sin pagar, lo que hace que la cantidad de individuos que pagan el cargo por acceso se reduce, disminuyendo así el ingreso que recibe la firma, no obstante reciben un mayor cargo por acceso por parte de los consumidores que continúan pagando. Además, el hecho de que el consumidor marginal empieza a consumir sin pagar hace que el ingreso de la firme disminuya en una cantidad igual al precio por unidad de la cantidad consumida por el consumidor marginal. El costo de la firma aumenta porque más consumidores dejan de pagar.

$$\frac{\partial \pi}{\partial l} = \left(1 - l - p + \frac{p^2}{2}\right) - l - (p - c)(1 - p) - c$$

En este caso, tomando en cuenta que más consumidores empiezan a dejar de pagar y que estos empiezan a consumir mucho más que lo que consumían antes es de esperarse que un aumento en el cargo por acceso dejando todo lo demás constante tenga un efecto negativo sobre el beneficio de la firma.

(b) Cambio en el precio por unidad p:

Un aumento en p provoca una disminución en la cantidad consumida por el consumidor que paga, y debido a esa reducción en el consumo de q, su utilidad indirecta disminuye. Por tanto, dado que q es elegida maximizando la utilidad de los individuos, el cambio en la utilidad indirecta cuando aumenta su precio es igual al opuesto de la demanda de q.

$$\frac{\partial V_{paga}}{\partial p} = p - 1$$

El aumento del precio por unidad del bien q tiene un efecto negativo sobre el excedente agregado igual al cambio en la utilidad indirecta de todos los consumidores que pagan ante un aumento del precio.

$$\frac{\partial CS_{total}}{\partial p} = \left(1 - l - p + \frac{p^2}{2}\right)(p - 1)$$

Al aumentar p, el monopolio obtiene más ingresos por unidad vendida. Por otro lado, un aumento en precio provoca que la demanda de los consumidores que pagan disminuya haciendo que el monopolista venda menor cantidad a un precio mayor. Además, más consumidores empiecen a consumir sin pagar, aumentando los costos del monopolista.

La demanda total de los consumidores que no paga aumenta, mientras que la demanda de los consumidores que pagan disminuye. Pero teniendo en cuenta que los consumidores que dejan de pagar ahora van a consumir mucho más, el costo de producción aumenta.

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = (p - 1)l + (p - c)\left[\left(p + l - \frac{p^2}{2} - 1\right) - (1 - p)^2\right] - (1 - p)c + \left(1 - p - l + \frac{p^2}{2}\right)(1 - p)$$

3.1.5. Resultados

(a) Tarificación eficiente cuando todos pagan

La tarificación óptima cuando todos pagan es la que maximiza el excedente de los consumidores sujeto a que la ganancia del monopolio sea cero. De esto resulta que el precio es igual al costo marginal, y el cargo por acceso es igual al costo fijo promedio de la empresa. Asumiendo que la función de costos de la empresa es $C(Q) = 0.125 + 0.0625Q$, la tarificación eficiente en este caso está dada por:

$$(l^*, p^*) = (0.125, 0.0625)$$

(b) Tarificación eficiente cuando no todos pagan

La tarifa óptima cuando algunos consumidores no pagan es el par (l, p) tal que las condiciones anteriores de K-K-T se satisfagan. En el caso en que la empresa tenga costo fijo y variable positivo y costo marginal constante, la única solución que satisface estas condiciones es el caso en que las restricciones se satisfacen sin holgura[11], por definición $l > 0$, $p > 0$ y $\lambda > 0$. El precio óptimo por parte del regulador es establecer un cargo por acceso y un precio por unidad equivalentes a:

$$(l^*, p^*) = \left(\frac{2 - 4c + c^2 - \sqrt{4 + 4c^2 + c^4 - 16c - 16f}}{4}, c\right)$$

Es decir, el regulador fija una política de precio por unidad igual a costo marginal y un cargo por acceso que cubra los costos fijos del monopolista y los costos de las unidades no pagadas. Al revisar la expresión del cargo por acceso, se tiene una restricción sobre f, lo que indica que no se puede financiar cualquier déficit. En este ejemplo con demanda lineal normalizada lo máximo que se puede financiar con los consumidores que pagan es $f = {}^{1}/_{4}$.

Asumiendo que la función de costos de la empresa es $C(Q) = 0.125 + 0.0625Q$, la tarificación eficiente está dada por:

$$(l^*, p^*) = (0.1865, 0.0625)$$

[11] Un pequeño aumento en la restricción afecta el máximo valor alcanzable. En este caso, si se aumenta la meta de beneficio que se quiere lograr, los precios óptimos aumentan.

Luego de revisar las condiciones de segundo orden, se concluye que este resultado es un máximo.

Resultado 1. Una tarifa en dos partes óptima en el sentido de Pareto que financia el costo de producción de un bien en presencia de robo, cuando los consumidores tienen demandas lineales homogéneas, satisface lo siguiente:

1. El precio por unidad p es igual al costo marginal, esto es igual a la solución de primer mejor.
2. El cargo por acceso l siempre es positivo. El déficit se financia por medio del cargo por acceso l.

Al aumentar el costo marginal c, tanto el precio por unidad como el cargo por acceso aumentan. Los resultados indican que en caso de demandas lineales homogéneas, el cargo por acceso es 50% más grande cuando algunos individuos no pagan su consumo.

En caso de que la firma produzca a costo cero, y la restricción de beneficio de la firma se cumpla con holgura, la tarificación eficiente es aquella en que se cobra un cargo por acceso igual al excedente del consumidor que consume a precio cero, esto es $l = \frac{1}{2}$ y un precio por unidad igual a 1, que es el precio máximo que están dispuestos a pagar los consumidores. Bajo esas condiciones, el costo moral de robo del consumidor marginal es igual a 1, por tanto nadie paga. Esto puede explicarse porque se le hace menos costoso a los consumidores consumir sin pagar que pagar este precio. No obstante, al revisar las condiciones de segundo orden de este resultado, no se puede concluir si es un máximo o un mínimo.

En caso de que la empresa produzca sin ningún costo, la única solución máxima es aquella en que la restricción se satisface sin holgura y la empresa cobra a los consumidores un cargo por acceso y un precio por unidad igual a cero. Así, el costo de robo del consumidor marginal es cero, esto se explica porque a pesar de que nadie paga, ningún consumidor incurre en el costo moral de robar, pues por el hecho de que el bien se produce de manera gratuita, también se provee de manera gratuita, maximizando así el bienestar total de la economía. No obstante, esta función de costos no cumple con la definición de monopolio natural y no satisface las características de una empresa distribuidora de electricidad.

3.2. Caso General

Estos resultados pueden extrapolarse a un modelo general. En este modelo existen dos tipos de consumidores: los que pagan y los que no pagan. La población consiste en un continuo de individuos que varían de acuerdo a su costo moral de robo h_i. La distribución de h en la población se describe por la función de densidad $f(h)$ sobre un intervalo $[0, \bar{h}]$. Los individuos tienen una función de utilidad estrictamente creciente y cuasi-cóncava. Se asume que todos los individuos tienen distintos ingresos $m_i > 0$.

La demanda por el bien q de cada consumidor que paga es $q(m, l, p)$, el consumidor que no paga tiene una demanda exógena e inelástica igual a $\bar{\theta}$ y la utilidad indirecta del consumidor que paga puede ser descrita por $V_{paga}(m, l, p)$ y la del consumidor que no paga $V_{no\,paga}(m, \bar{\theta}, h)$.

Un consumidor decide pagar sí y sólo sí $\Delta V_i = V_{pagar} - V_{no\,pagar} > 0$. El consumidor marginal es aquel para el cual $\Delta V_i = 0$. Se asume que ΔV_i es monótonamente creciente en h_i. Por tanto existe un único $\hat{h} \in [0, \bar{h}]$ tal que se cumpla $\Delta V_i = 0$, por definición ese valor de h es el costo de robo del consumidor marginal. La demanda asociada a este consumidor es $\hat{q}$ la cual es estrictamente positiva.

El número de consumidores que pagan está dado por: $N = \int_{\hat{h}(p,l)}^{\bar{h}} f(h)dh$

El resto de consumidores no paga y está dado por: $R = \int_0^{\hat{h}(p,l)} f(h)dh$

La cantidad consumida por los consumidores que pagan se denota como $Q_{paga}(m,l,p)$ y está dada por la integral de la demanda sobre todos los consumidores que pagan. El cambio en la cantidad consumida por consumidores que paga cuando aumenta el precio por unidad está dado por:

$$Q_{paga_p} = D_p + \hat{q}N_p$$

Donde los subíndices denotan derivadas parciales. D_p es el cambio en la cantidad demandada cuando aumenta el precio dejando el número de consumidores que pagan constante. El segundo término se refiere al cambio en la cantidad demandada debido a que el consumidor marginal deja de pagar.

El excedente del consumidor mide el bienestar asociado al consumo de una determinada cantidad de un bien a los precios actuales. La medida del regulador del bienestar de los consumidores es el excedente total de los consumidores:

$$CS = \int_0^{\hat{h}(t)} V_{no\,paga}(m,\bar{\theta},h)f(h)dh + \int_{\hat{h}(t)}^{\bar{h}} V_{paga}(m,l,p)f(h)dh$$

Lema 1:

El cambio en el excedente total de los consumidores ante un aumento de precio o de cargo por acceso es igual al cambio en la utilidad indirecta de los consumidores que no roban.

Demostración: Apéndice.

Intuitivamente esto se debe a que un aumento en el precio (l,p) no tiene efecto sobre el consumidor que no paga, hace que el consumidor marginal deje de pagar, y el único cambio que tiene este aumento en precio sobre el bienestar agregado es el efecto que produce en los individuos que siguen pagando.

El excedente de la firma está dado por:

$$\pi(l,p) = l \cdot N + (p-c)Q_{paga} - f - c \cdot [\bar{\theta} \cdot R]$$

3.2.1. Resultados

La tarificación eficiente se obtiene de la maximización del excedente agregado de los consumidores bajo la restricción de que el excedente de la firma sea cero. El lagrangeano es:

$$\mathcal{L}(l,p,\lambda) = CS(l,p) + \lambda\pi(l,p)$$

Lema 2:

El cambio en el número de consumidores que paga ante un aumento de (l,p) es igual al cambio en el número de consumidores que no paga con signo contrario.

$$N_p = -R_p$$

$$N_l = -R_l$$

Demostración: Apéndice

De manera intuitiva, el resultado de este lema se explica porque un aumento de precios hace que los consumidores se trasladen de un grupo a otro.

Cuando $c,f > 0$, la tarifa eficiente que cumple las condiciones de KKT corresponde al caso en que $p,l,\lambda > 0$ y se caracteriza por las siguientes condiciones de primer orden:

$$\{\mathcal{L}_p\}: -Q_{paga} + \lambda\left[N_p l + (p-c)\left(D_p + \hat{q}N_p\right) + c\bar{\theta}N_p + Q_{paga}\right] = 0$$

$$\{\mathcal{L}_l\}: -N + \lambda[N_l l + (p-c)(D_l + \hat{q}N_l) + c\bar{\theta}N_l + N] = 0$$

$$\{\mathcal{L}_\lambda\}: l \cdot N + (p-c)Q_{paga} - f - c \cdot [\bar{\theta}R] = 0$$

La condición de óptimo está dada por

$$\frac{\partial CS/\partial p}{\partial CS/\partial l} = \frac{\partial \pi/\partial p}{\partial \pi/\partial l}$$

Esta es la igualdad de la tasa marginal de sustitución y la tasa marginal de transformación entre P y L según lo permitido por la restricción presupuestaria. El lado derecho de la igualdad, por la identidad de Roy es igual a $\bar{q}$, esto es la cantidad promedio consumida por los consumidores inframarginales.

$$l = \frac{(S + \hat{q}Z)(f + c\bar{\theta}R) + ZQ_{paga}c\bar{\theta}}{N(S - Z(\bar{q} - \hat{q}))}$$

$$(p-c) = \frac{-Z(f + c\bar{\theta}R)}{N\left(S - Z(\bar{q} - \hat{q})\right)} - \frac{Zc\bar{\theta}}{\left(S - Z(\bar{q} - \hat{q})\right)}$$

Donde $Z = N_p - N_l\bar{q}$ y $S = D_p - D_l\bar{q}$

La igualdad S representa la ecuación de Slutsky y nos dice la variación total de la demanda de los consumidores que pagan ante un cambio en los precios (p, l).

Lema 3:

$$N_p = \hat{q}N_l$$

Para ver esto, aplicando la identidad de Roy al consumidor marginal $\frac{\partial V/\partial p}{\partial V/\partial l} = \hat{q}$. Así para mantener la utilidad del consumidor marginal constante la razón de cambio entre p y l debe ser igual a la cantidad consumida $dl/dp = -\hat{q}$. El signo de menos se debe a que los cambios en p y l son en direcciones opuestas. Luego para mantener el número de consumidores que pagan constante, la tasa a la que se puede sustituir l por p es $dl/dp = -N_p/N_l$. Igualando ambas condiciones se tiene que $N_p = \hat{q}N_l$.

Haciendo uso de este lema, podemos escribir el resultado en términos de elasticidades:

$$\frac{(p-c)Q_{paga}}{(f+c\bar{\theta}R)} = \frac{\epsilon_N \bar{q}(\bar{q}-\hat{q})/\hat{q}}{\epsilon_Q \bar{q} + \epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})^2/\hat{q}}\left(1 + \frac{Nc\bar{\theta}}{(f+c\bar{\theta}R)}\right) \quad (1)$$

$$\frac{lN}{(f+c\bar{\theta}R)} = \frac{\left(\epsilon_Q \bar{q} - \epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})\right)}{(\epsilon_Q \bar{q} + \epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})^2/\hat{q})} + \frac{\epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})Q_{paga}c\bar{\theta}/\hat{q}}{(f+c\bar{\theta}R)(\epsilon_Q \bar{q} + \epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})^2/\hat{q})} \quad (2)$$

El déficit de la empresa si se cobra el precio igual al costo marginal es $f + c\bar{\theta}R$, que está compuesto por el costo fijo y el costo en que incurre la empresa por abastecer la demanda de los consumidores que no pagan. Luego, la primera expresión muestra la parte del déficit financiado por la diferencia entre el precio por unidad y el costo marginal y la segunda muestra la parte del déficit financiada por el cargo por acceso pagado por los consumidores que pagan.

Aquí, $\epsilon_Q = S\frac{p}{Q_{paga}}$ es la elasticidad precio de la demanda de los consumidores que pagan y $\epsilon_N = N_p\frac{P}{N}$ es la elasticidad precio del número de consumidores que pagan. En condiciones normales, ambas elasticidades son negativas.

Reescribiendo la ecuación (1) tenemos que el precio por unidad es igual a:

$$p = c + \frac{\epsilon_N(\bar{q} - \hat{q})/\hat{q}}{\epsilon_Q\bar{q} + \epsilon_N(\bar{q} - \hat{q})^2/\hat{q}}\left(\frac{(f + c\bar{\theta}R)}{N}\right) + \frac{\epsilon_N\bar{q}(\bar{q} - \hat{q})/\hat{q}}{\epsilon_Q\bar{q} + \epsilon_N(\bar{q} - \hat{q})^2/\hat{q}}\left(\frac{c\bar{\theta}}{\bar{q}}\right)$$

Este precio tiene tres componentes los dos primeros son los encontrados en el trabajo de Ng y Weisser en el caso en que no hay posibilidad de consumir sin pagar. Estos reflejan el costo marginal de producción y el costo social que resulta del hecho de que si el consumidor marginal es sensible cambios en los precios, el déficit es financiado por menor cantidad de individuos.

El tercer término se debe a la presencia de consumidores que no pagan por su consumo, y expresa que el precio óptimo debe reflejar un cargo adicional que es igual a la proporción de consumo promedio de consumidores que no pagan sobre el consumo promedio de los consumidores que pagan. Este cargo está directamente relacionado con la elasticidad precio del número de consumidores que paga e inversamente relacionado con la elasticidad precio de la demanda de los consumidores que pagan dejando todo lo demás constante. Debido a esto, con posibilidad de robo, los cambios en ϵ_Q y ϵ_N tienen un efecto mayor sobre la fracción de déficit financiada por el exceso de precio que cuando no existe esa posibilidad.

Además, este último término refleja que al aumentar el costo marginal, en condiciones de equilibrio el precio aumenta en mayor proporción cuando existe exclusión imperfecta que cuando no existe esa posibilidad. Del mismo modo, un aumento en la cantidad promedio no pagada hace que aumente el precio por unidad.

Reescribiendo la ecuación (2):

$$l = \frac{\left(\epsilon_Q\bar{q} - \epsilon_N(\bar{q} - \hat{q})\right)}{(\epsilon_Q\bar{q} + \epsilon_N(\bar{q} - \hat{q})^2/\hat{q})}\left(\frac{(f + c\bar{\theta}R)}{N}\right) + \frac{\epsilon_N\bar{q}(\bar{q} - \hat{q})/\hat{q}}{(\epsilon_Q\bar{q} + \epsilon_N(\bar{q} - \hat{q})^2/\hat{q})}c\bar{\theta}$$

El cargo por acceso en presencia de robo también presenta un componente adicional al caso en que no existe la posibilidad de consumir sin pagar. Este componente es el segundo de la ecuación anterior y es igual al costo variable de producción de la cantidad promedio consumida por el consumidor que no paga y está directamente relacionado con ϵ_N e inversamente relacionado con ϵ_Q con todo lo demás constante.

Es importante destacar que estas expresiones de p y l son relaciones de equilibrio y dependen de la demanda que resulta en equilibrio. Si se conocen las condiciones de costo y de demanda, incluyendo la respuesta del número de consumidores a cambios en la tarificación, es posible calcular la tarifa en dos partes óptima. De las ecuaciones anteriores resultan condiciones de equilibrios relevantes expresadas a continuación.

Resultado 2:

Si $\lambda > 0$, una tarifa en dos partes óptima en el sentido de Pareto que financie la producción de un bien público producido por un monopolio natural en presencia de consumidores que consumen de manera ilegal satisface lo siguiente:

1. Si la elasticidad precio del número de consumidores ϵ_N es igual a cero:
   i. El precio por unidad es igual al costo marginal.
   ii. El cargo por acceso es igual al déficit de la empresa promediado por el número de consumidores que pagan.
2. Si el consumidor marginal es sensible a cambios en los precios, esto es $\epsilon_N < 0$. Entonces el signo de $p - c$ será el mismo signo que $\bar{q} - \hat{q}$:
   i. $p = c$ y $l = \frac{f + c\bar{\theta}R}{N}$ si de equilibrio resulta que $\bar{q} = \hat{q}$.
   ii. $p > c$ si de equilibrio resulta que $\bar{q} > \hat{q}$.
   iii. $p < c$ si de equilibrio resulta que $\bar{q} < \hat{q}$.
3. Además, si $p > c$, entonces $l \geq 0$. Si $p < c$ entonces $l > 0$.

La demostración de la primera y la segunda parte del resultado vienen de reemplazar las condiciones en las ecuaciones (1) y (2). El resultado de que si $p < c$ entonces $l > 0$ se desprende de la restricción de beneficio positivo y el hecho de que un precio menor que el costo marginal crea un déficit que debe ser financiado por l.

La primera parte se aplica a dos situaciones particulares: aquella en la que no pagar se hace muy costoso ($\hat{h} = 0$) y aquella en la que pagar se hace muy costoso ($\hat{h} = \bar{h}$). En ambos casos, el costo de robo del consumidor marginal es insensible a los precios. Cuando no pagar se hace muy costoso, todos pagan. Cuando pagar se hace muy costoso nadie paga. Esto se explica porque $\hat{h}$ es el costo de robo que hace que la utilidad de pagar y no pagar sean iguales, si $\hat{h}$ toma el valor máximo que puede tomar en el intervalo, un aumento en los precios, hace que para el consumidor el costo relativo de pagar sea mayor al de no pagar. Lo mismo sucede con los demás consumidores con $h_i < \bar{h}$.

Resultado 3:

Una tarifa en dos partes eficiente en el sentido de Pareto en presencia de la posibilidad de consumir sin pagar satisface que:

1. Valores relativamente altos de ϵ_N se asocian a valores altos de $(p - c)$.
2. Valores relativamente altos de ϵ_Q se asocian a valores altos de l.

Demostración: apéndice

Si la demanda es inelástica pero el número de consumidores es elástico, es relativamente más eficiente usar el precio por unidad que el cargo por acceso para aumentar el ingreso de la empresa. Intuitivamente, esto se explica porque si la demanda es muy elástica con respecto al precio, pequeños cambios en el precio hace que disminuya mucho la cantidad demandada por los consumidores que pagan. Por lo que en esa situación, conviene no poner un precio por unidad muy alto, asegurando así que la demanda no caiga mucho. Por tanto, la proporción del déficit financiada por el exceso de precio es menor. Además, este resultado sugiere que una pequeña reducción en el cargo por acceso, lleva a un porcentaje relativamente grande de consumidores que empiezan a pagar el cargo por acceso y el consumo.

Al analizar el caso general del modelo se logra un mejor entendimiento del problema, notando que el precio por unidad no siempre es igual al costo marginal como en es el caso del ejemplo de demanda lineal analizado anteriormente. En el caso específico se cumplía la condición de que el precio se iguala al costo marginal porque las demandas son homogéneas, y por tanto el consumo promedio de todos los consumidores que pagan es igual al consumo del consumidor marginal. Asumiendo que se cumple esa condición de demandas homogéneas y reemplazándolo en el caso general se obtienen los mismos resultados que los encontrados en el ejemplo[12].

En caso de que no se puede excluir del consumo a quienes no pagan, la tarificación óptima en ambiente de demandas heterogéneas es mayor que en el caso que la exclusión sea posible.

4. Conclusiones

En este trabajo se desarrolló un modelo de tarificación en dos partes en presencia de consumidores que no pagan por un servicio público producido por un monopolio natural. Se consideraron dos grupos de individuos: los que pagan y los que no pagan, tomando la falta de pago como una externalidad negativa. El modelo tiene la particularidad de que el consumo no pagado no solo afecta la utilidad de las víctimas por medio de un alza en los precios sino también que puede modificar su conducta y hacer que también ellas dejen de pagar.

[12] Demostración en el apéndice

Los principales resultados sostienen que tanto el precio como el cargo por acceso pagados por los consumidores legales se ven afectados por la cantidad consumida sin ser pagada. Estos reflejan un cargo que está directamente relacionado con la elasticidad precio del número de consumidores que paga e inversamente relacionado con la elasticidad precio de la demanda de los consumidores que pagan dejando todo lo demás constante. Luego, si el cambio en el número de consumidores es pequeño ante un aumento en la tarificación, el monto del cargo adicional será menor. También será menor a medida que la elasticidad precio de la demanda pagada sea mayor.

Otro resultado importante es que cuando existe posibilidad de consumir sin pagar, si la demanda es inelástica pero el número de consumidores es elástico, es relativamente más eficiente usar el precio por unidad que el cargo por acceso para financiar el déficit de la empresa. Mientras que en caso de que la demanda es muy elástica pero el número de consumidores es inelástico a cambios en precios es relativamente mejor financiar el déficit por medio del cargo por acceso.

Estos resultados tienen la limitación de que es un análisis de equilibrio parcial y no considera los efectos que los cambios en los precios tienen en el resto de los mercados de la economía. A pesar de las limitaciones, los resultados muestran al regulador los elementos que debe considerar al implementar la política. Para esto necesita un análisis de las características de costo de producción y de demanda, incluyendo la respuesta del número de consumidores a cambios en la tarificación. Sin esta información, la política tiene poca aplicación.

Una sugerencia a investigar en futuros trabajos es el caso en que el costo moral de los consumidores es relativo con un componente social intrínseco que hace que el costo moral de no pagar disminuya cuando aumenta el número de consumidores que no paga. Akerlof (1980) especifica la función de reputación en su teoría de las costumbres sociales y observó que la función de la reputación de un individuo depende de dos cosas: su obediencia al código de comportamiento y la proporción de la población que cree en ese código. Por lo tanto cuanto mayor sea el número de consumidores honestos en una sociedad, mayor será la pérdida de reputación si una persona comete robo de electricidad[13]. Estos modelos de costumbres sociales tienen por naturaleza múltiples equilibrios. En este caso, la regulación debe preocuparse de que se llegue al equilibrio que minimice la proporción de la población que consume sin pagar.

[13] Jamil y Ahmad (2013) citando Akerlof (1980).

5. Referencias

1. Acemoglu, D., Wolitzky, A., 2015. “Sustaining Cooperation: Community Enforcement vs. Specialized Enforcement”, *NBER*, working paper.
2. Actis, J. L., 2014 “Evaluación de los Subsidios en las Tarifas Eléctricas Residenciales en la República Dominicana”.
3. Baumol, W., Oates, W. 1988. “The theory of the environmental policy”, second edition, Cambridge University Press.
4. Becker, G., 1968. “Crime and Punishment: An Economic Approach”, *University of Chicago and National Bureau of Economic Research*.
5. Berg, S., Tschirhart, J., 1988. “Natural monopoly regulation. Principles and practice”, *Cambridge Surveys of Economic Literature*.
6. Brander, J., Spencer, B., 1985. “Ramsey Optimal Two Part Tariffs: the case of many heterogeneous groups”*, Public Finance*.
7. Depuru, S., Wangn, L., Devabhaktuni, V., 2011. “Electricity theft: Overview, issues, prevention and a smart meter based approach to control theft”, *Energy Policy*, vol. 39, pp. 1007–1015.
8. Feldstein, M., 1972. “Equity and Efficiency in Public Sector Pricing: The Optimal Two-Part Tariff”, *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 86, No. 2 (May, 1972), pp. 175-187.
9. Grossman, G., Helpman, E., 1991. “The Politics of free trade agreement”, *NBER*, working paper 4597.

10. Harris, D., Kooy, M., Jalloh, G., 2012 "The Political Economy of the Urban Water-Pricing Regime in Freetown, Sierra Leone". Working paper 348. *London: ODI.*
11. Jackson, H. E., Roe, M. J., 2009. "Public and private enforcement of securities laws: Resource-based evidence", *Journal of Financial Economics*, vol. 93, pp. 207-238.
12. Jamil, F., Ahmad, E., 2013. "An Economic Investigation of Corruption and Electricity Theft", *Pakistan Institute of Development Economics* working paper.
13. Jensen, C., Lindroos, M., 2008. "Centralised versus Decentralised Enforcement of Fish Quotas", *Marine Resource Economics*, Vol. 23, No. 2 (2008), pp. 153-170.
14. Maggi, G., Rodíguez-Clare, A., 1998. "The Value of Trade Agreements in the Presence of Political Pressures", *Journal of Political Economy*, Vol. 106, No. 3 (June 1998), pp. 574-601.
15. Mankiw, G., Weinzierl, M., Yaggan, D., 2009. "Optimal Taxation in Theory and Practice.", *NBER,* Working Paper No. 15071.
16. Mas-Colell, Whinston, Green, 1995. "Microeconomic Theory". Oxford University Press.
17. Ng y Weissen, 1974. "Optimal pricing with a budget constraint. The Case of the two-part tariff.", *The Review of Economic Studies*, Vol. 41, No. 3 (Jul 1974), pp. 337-345.

18. Oi, W. Y., 1971. "A Disneyland Dilemma: Two-Part Tariffs for a Mickey Mouse Monopoly", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 85, No. 1 (Feb., 1971), pp. 77-96.
19. Pantanali, C., Benavides, J. 2006. "Subsidios eléctricos en América Latina y el Caribe: Análisis comparativo y recomendaciones de política". *Banco Interamericano de Desarrollo, publicaciones IFM.*
20. Polinsky, A. M., 1979. "Private versus public enforcement of fines", *NBER,* Working Paper No. 338.
21. Polinsky, A. M., Shavell, S., 1998. "The Economic Theory Of Public Enforcement Of Law", *NBER*, Working Paper No. 6993.
22. Scott, A., Prachi, Seth, 2013. "The political economy of electricity distribution in developing countries".
23. Smith, T. B., 2004. "Electricity theft: a comparative analysis", *Energy Policy*, vol. 32, pp. 2067–2076.
24. Stiglitz, J. E., 2000, "La Economía del Sector Público", tercera edición, Columbia Universiy.
25. Varian, H. 1992. "Microeconomic Analysis", tercera edición, Norton International Student Edition.

6. Apéndice matemático

6.1 Caso general

6.1.1 Problema del regulador

Tarificación óptima cuando todos pagan

$$\text{máx}_{\{l,p\}}\, V(m,l,p)$$

$$s.a.: l + (p-c)Q - f \geq 0$$

$$\mathcal{L} = V(m,l,p) + \lambda[l + (p-c)Q - f]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p}: -Q + \lambda\left[(p-c)Q_p + Q\right] = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l}: -1 + \lambda[(p-c)Q_l + 1] = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}: l + (p-c)Q - f = 0$$

El resultado es:

$$p = c$$

$$l = f$$

Tarificación óptima cuando no todos pagan

$$max_{\{l,p\}} CS(l,p)$$

$$s.a.\ \pi(l,p) = 0$$

$$\mathcal{L} = CS(l,p) + \lambda[\pi(l,p)]$$

CPO.

$$\{\mathcal{L}_p\}: CS_p + \lambda[\pi_p] = 0$$

$$\{\mathcal{L}_l\}: CS_l + \lambda[\pi_l] = 0$$

$$\{\mathcal{L}_\lambda\}: \pi(l, p) = 0$$

Condición de óptimo:

$$\frac{CS_p}{CS_l} = \frac{\pi_p}{\pi_l}$$

$$\bar{q} = \frac{N_p l + (p-c)\left(D_p + \hat{q}N_p\right) + c\bar{\theta}N_p + Q_{paga}}{N_l l + (p-c)(D_l + \hat{q}N_l) + c\bar{\theta}N_l + N}$$

$$\{N_l l + (p-c)(D_l + \hat{q}N_l) + c\bar{\theta}N_l + N\}\bar{q} = N_p l + (p-c)\left(D_p + \hat{q}N_p\right) + c\bar{\theta}N_p + Q_{paga}$$

$$(N_p - N_l\bar{q})l + (p-c)\left((D_p - D_l\bar{q}) + \hat{q}(N_p - N_l\bar{q})\right) + c\bar{\theta}(N_p - N_l\bar{q}) = 0$$

Sea $Z = (N_p - N_l\bar{q})$ y $S = (D_p - D_l\bar{q})$

$$(p-c) = \frac{-Z(l + c\bar{\theta})}{S + \hat{q}Z}$$

Sustituyendo en $\pi = 0$:

$$l \cdot N + (p-c)Q_{paga} - f - c \cdot [\bar{\theta} \cdot R] = 0$$

$$l = \frac{1}{N}\left(f + c \cdot [\bar{\theta} \cdot R] - (p-c)Q_{paga}\right)$$

$$l = \frac{1}{N}(f + c \cdot [\bar{\theta} \cdot R]) + \frac{Z(l + c\bar{\theta})}{S + \hat{q}Z}\bar{q}$$

$$l\left(\frac{S + Z\hat{q} - Z\bar{q}}{S + \hat{q}Z}\right) = \frac{1}{N}(f + c \cdot [\bar{\theta} \cdot R]) + \frac{Zc\bar{\theta}}{S + \hat{q}Z}\bar{q}$$

$$l = \frac{(S + \hat{q}Z)(f + c\bar{\theta}R) + ZQ_{paga}c\bar{\theta}}{N(S - Z(\bar{q} - \hat{q}))}$$

Sustituyendo en $(p - c)$:

$$(p - c) = \frac{-Z}{S + \hat{q}Z}\left(\frac{(S + \hat{q}Z)(f + c\bar{\theta}R) + ZQ_{paga}c\bar{\theta}}{N(S - Z(\bar{q} - \hat{q}))} + c\bar{\theta}\right)$$

$$(p - c) = \frac{-Z(f + c\bar{\theta}R)}{N\big(S - Z(\bar{q} - \hat{q})\big)} - \frac{Zc\bar{\theta}}{\big(S - Z(\bar{q} - \hat{q})\big)}$$

Precio por unidad en términos de elasticidades:

$$\frac{(p - c)}{(f + c\bar{\theta}R)} = \frac{-Z}{N\big(S - Z(\bar{q} - \hat{q})\big)} - \frac{Zc\bar{\theta}}{(f + c\bar{\theta}R)\big(S - Z(\bar{q} - \hat{q})\big)}$$

$$\frac{(p - c)}{(f + c\bar{\theta}R)} = \frac{-(N_p - N_l\bar{q})}{N\left(S - (N_p - N_l\bar{q})(\bar{q} - \hat{q})\right)}\left(1 + \frac{Nc\bar{\theta}}{(f + c\bar{\theta}R)}\right)$$

$$\frac{(p - c)}{(f + c\bar{\theta}R)} = \frac{\bar{q}\left(\frac{N_p}{\hat{q}}\right) - N_p}{N\left(S + \left(\bar{q}\left(\frac{N_p}{\hat{q}}\right) - N_p\right)(\bar{q} - \hat{q})\right)}\left(1 + \frac{Nc\bar{\theta}}{(f + c\bar{\theta}R)}\right)$$

$$\frac{(p - c)}{(f + c\bar{\theta}R)} = \frac{(\bar{q} - \hat{q})N_p/\hat{q}}{NS + N\,(\bar{q} - \hat{q})^2 N_p/\hat{q}}\left(1 + \frac{Nc\bar{\theta}}{(f + c\bar{\theta}R)}\right)$$

$$\frac{(p - c)Q_{paga}}{(f + c\bar{\theta}R)} = \frac{\epsilon_N\bar{q}(\bar{q} - \hat{q})/\hat{q}}{\epsilon_Q\bar{q} + \epsilon_N(\bar{q} - \hat{q})^2/\hat{q}}\left(1 + \frac{Nc\bar{\theta}}{(f + c\bar{\theta}R)}\right)$$

Cargo por acceso en términos de elasticidades:

$$\frac{lN}{(f+c\bar{\theta}R)}=\frac{\left(S+\hat{q}\left(N_p-N_l\bar{q}\right)\right)}{\left(S-\left(N_p-N_l\bar{q}\right)(\bar{q}-\hat{q})\right)}+\frac{\left(N_p-N_l\bar{q}\right)Q_{paga}c\bar{\theta}}{(f+c\bar{\theta}R)\left(S-\left(N_p-N_l\bar{q}\right)(\bar{q}-\hat{q})\right)}$$

$$\frac{lN}{(f+c\bar{\theta}R)}=\frac{\left(S+\hat{q}\left(N_p-\frac{N_p}{\hat{q}}\bar{q}\right)\right)}{\left(S-\left(N_p-\frac{N_p}{\hat{q}}\bar{q}\right)(\bar{q}-\hat{q})\right)}+\frac{\left(N_p-\frac{N_p}{\hat{q}}\bar{q}\right)Q_{paga}c\bar{\theta}}{(f+c\bar{\theta}R)\left(S-\left(N_p-\frac{N_p}{\hat{q}}\bar{q}\right)(\bar{q}-\hat{q})\right)}$$

$$\frac{lN}{(f+c\bar{\theta}R)}=\frac{\left(S-N_p(\bar{q}-\hat{q})\right)}{\left(S+N_p(\bar{q}-\hat{q})^2/\hat{q}\right)}+\frac{N_p(\bar{q}-\hat{q})Q_{paga}c\bar{\theta}/\hat{q}}{(f+c\bar{\theta}R)\left(S+N_p(\bar{q}-\hat{q})^2/\hat{q}\right)}$$

$$\frac{lN}{(f+c\bar{\theta}R)}=\frac{\left(\epsilon_Q\bar{q}-\epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})\right)}{\left(\epsilon_Q\bar{q}+\epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})^2/\hat{q}\right)}+\frac{\epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})Q_{paga}c\bar{\theta}/\hat{q}}{(f+c\bar{\theta}R)\left(\epsilon_Q\bar{q}+\epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})^2/\hat{q}\right)}$$

Demostración lema 1:

Por el teorema fundamental del cálculo

$$\frac{\partial CS}{\partial p}=V_{no\ paga}\left(m,\bar{\theta},\hat{h}\right)f\left(\hat{h}\right)\frac{\partial\hat{h}}{\partial p}-V_{paga}(m,l,p)f\left(\hat{h}\right)\frac{\partial\hat{h}}{\partial p}+\int_{\hat{h}(t)}^{\bar{h}}\frac{\partial V_{paga}(m,l,p)}{\partial p}f(h)dh$$

$$\frac{\partial CS}{\partial p}=f\left(\hat{h}\right)\frac{\partial\hat{h}}{\partial p}\left[V_{no\ paga}\left(m,\bar{\theta},\hat{h}\right)-V_{paga}(m,l,p)\right]+\int_{\hat{h}(t)}^{\bar{h}}\frac{\partial V_{paga}(m,l,p)}{\partial p}f(h)dh$$

Dado que para el consumidor marginal se cumple que $V_{no\ paga}\left(m,\bar{\theta},\hat{h}\right)=V_{paga}(m,l,p)$. Esta expresión es:

$$\frac{\partial CS}{\partial p}=\int_{\hat{h}(t)}^{\bar{h}}\frac{\partial V_{paga}(m,l,p)}{\partial p}f(h)dh$$

De manera análoga se puede demostrar para l.

Demostración lema 2:

$$\frac{\partial N}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial p}\left(\int_{\hat{h}(l,p)}^{1} f(h)dh\right)$$

$$\frac{\partial R}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial p}\left(\int_{0}^{\hat{h}(l,p)} f(h)dh\right)$$

Por el teorema fundamental del cálculo:

$$\frac{\partial}{\partial p}\left(\int_{\hat{h}(l,p)}^{1} f(h)dh\right) = -f(\hat{h})\frac{\partial \hat{h}}{\partial P}$$

$$\frac{\partial}{\partial p}\left(\int_{0}^{\hat{h}(l,p)} f(h)dh\right) = f(\hat{h})\frac{\partial \hat{h}}{\partial P}$$

De donde $\frac{\partial N}{\partial P} = -\frac{\partial R}{\partial P}$. Lo mismo puede demostrarse para l.

Demostración Resultado 2:

1. En este problema, el déficit de la empresa $(f + c\bar{\theta}R)$ es siempre positivo, la cantidades demandadas Q_{paga}, $\bar{q}$ y $\hat{q}$ y la fracción de consumidores que paga son también positivas. La elasticidad precio de la demanda es siempre negativa. Luego, el precio es igual al costo marginal si la elasticidad ϵ_N.
2. (i) Si $\epsilon_N < 0$, y $\bar{q} = \hat{q}$, la expresión (1) implica que $p = c$ y la expresión (2) implica que $l = \frac{f+c\bar{\theta}R}{N}$.

   (ii) Si $\epsilon_N < 0$, y $\bar{q} > \hat{q}$, la expresión (1) implica que $p > c$

   (iii) Si $\epsilon_N < 0$, y $\bar{q} < \hat{q}$, la expresión (1) implica que $p < c$.

(iv) Para demostrar que si $p > c$, entonces $l \geq 0$, asumimos que lo contrario es cierto. Un l negativo es un subsidio. Esto implica que un cambio en los precios no hace que ningún consumidor deje de pagar porque el consumidor marginal tiene incentivo a consumir menos y seguir recibiendo el subsidio. Por tanto $\epsilon_N = 0$. Sustituyendo esto en la expresión (2), tenemos que $l = \frac{f + c\bar{\theta}R}{N}$, el cual es no negativo.

El resultado de que si $p < c$ entonces $l > 0$ se desprende de la restricción de beneficio positivo y el hecho de que un precio menor que el costo marginal crea un déficit

Demostración Resultado 3:

De la condición de óptimo:

$$(N_p - N_l\bar{q})l + (p - c)\big((Q_p - Q_l\bar{q})\big) + c\bar{\theta}(N_p - N_l\bar{q}) = 0$$

$$\frac{(p-c)}{l} = \frac{(N_p - N_l\bar{q})}{\big((D_p - D_l\bar{q}) + \hat{q}(N_p - N_l\bar{q})\big)} + \frac{c\bar{\theta}}{l}\frac{(N_p - N_l\bar{q})}{\big((D_p - D_l\bar{q}) + \hat{q}(N_p - N_l\bar{q})\big)}$$

Reemplazando $N_l = \frac{N_p}{\hat{q}}$

$$\frac{(p-c)}{l} = \frac{N_p\,(\bar{q} - \hat{q})/\hat{q}}{\big(S + N_p(\bar{q} - \hat{q})\big)}$$

En términos de elasticidades:

$$\frac{(p-c)}{l} = \frac{\epsilon_N\bar{q}(\bar{q} - \hat{q})/\hat{q}}{\epsilon_Q + \epsilon_N\bar{q}(\bar{q} - \hat{q})}\left(1 + \frac{c\bar{\theta}}{l}\right)$$

Dividiendo numerador y denominador entre ϵ_Q:

$$\frac{(p-c)}{l}=\frac{{}^{\epsilon_N}/_{\epsilon_Q}\,\bar{q}(\bar{q}-\hat{q})/\hat{q}}{1+{}^{\epsilon_N}/_{\epsilon_Q}\,\bar{q}(\bar{q}-\hat{q})}\left(1+\frac{c\bar{\theta}}{l}\right)$$

Valores altos de ${}^{\epsilon_N}/_{\epsilon_Q}$se asocian a valores altos de $\frac{(p-c)}{l}$.

Caso general con demandas homogéneas:

Si $\bar{q}=\hat{q}$:

De la expresión:

$$p=c+\frac{\epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})/\hat{q}}{\epsilon_Q\bar{q}+\epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})^2/\hat{q}}\left(\frac{(f+c\bar{\theta}R)}{N}\right)+\frac{\epsilon_N\bar{q}(\bar{q}-\hat{q})/\hat{q}}{\epsilon_Q\bar{q}+\epsilon_N(\bar{q}-\hat{q})^2/\hat{q}}\left(\frac{c\bar{\theta}}{\bar{q}}\right)$$

Se tiene que $p=c$.

Luego, de la restricción de beneficio positivo:

$$l=\frac{l+c\left(l+c-\frac{c^2}{2}\right)}{1-l-c+\frac{c^2}{2}}$$

Si $c=0$:

$$l-l^2=f$$

Ahora se comprueba este resultado en el caso lineal:

Haciendo $c=0$:

$$l=\frac{2-\sqrt{4-16f}}{4}$$

$$l = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - f}$$

Luego, $l - l^2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - f} - \frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{4} - f} - \frac{1}{4} + f$

$$l - l^2 = f$$

Esto demuestra que el caso lineal analizado es un caso particular del modelo general.