INSTITUTO DE ECONOMÍA

TESIS de MAGÍSTER

2015

Contratos Laborales y Capacitación: Un Mecanismo de Negociación Dinámico

Nicolás Velasco.

www.economia.puc.cl

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMIA
MAGISTER EN ECONOMIA

TESIS DE GRADO
MAGISTER EN ECONOMIA

Velasco Hodgson, Nicolás Ignacio

Julio, 2015

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMIA
MAGISTER EN ECONOMIA

Contratos laborales y capacitación: un mecanismo de negociación dinámico

Nicolás Ignacio Velasco Hodgson

Comisión

Constanza Fosco, Martín Besfamille y Nicolás Figueroa

Santiago, julio de 2015

Contratos laborales y capacitación: un mecanismo de negociación dinámico.

Autor: Nicolás Velasco Hodgson*
email: nivelasc@uc.cl

25 de agosto de 2015

Resumen

El trabajo presenta un modelo de negociación de dos períodos entre una empresa y un trabajador. Los aspectos a negociar son tiempo de trabajo y de capacitación en cada período. La capacitación en un comienzo es costosa para ambos agentes, sin embargo permite aumentar la productividad del trabajador en el período siguiente. La empresa del primer período puede hacer mejor uso de esta mayor productividad, por lo que es eficiente que la relación contractual se mantenga en el segundo período. Sin embargo esto se dificulta a medida que el trabajador aumenta su productividad, pues aumenta su costo de oportunidad. En este sentido establecemos pagos que incentiven la inversión en capacitación al comienzo de la relación y que permitan que ambas partes sigan trabajando en conjunto. Para lograr este objetivo nos servimos de la literatura de diseño de mecanimos, lo que nos permite elaborar un protocolo de negociación compatible en incentivos y que satisface la restricción de participación voluntaria *ex-post*. Con esto es posible implementar asignaciones (trabajo y capacitación) socialmente eficientes todos los períodos. Por último encontramos que el mecanismo planteado requiere financiamiento externo, aunque se pueden realizar ajustes que permiten alcanzar un mecanismo que satisface *ex-ante* presupuesto equilibrado y *ex-post* presupuesto total equilibrado.

Palabras clave: Diseño de mecanismos dinámicos eficientes, participación voluntaria, presupuesto equilibrado, contratos laborales, capacitación, mercado laboral competitivo.

*Alumno de Magister en Economía, Pontificia Universidad Católica de Chile. Agradezco a los profesores de la comisión de microeconomía Constanza Fosco, Martín Besfamille y Nicolás Figueroa por sus consejos y apoyo durante el semestre de tesis. También Jorge Mesías, Sebastián Parada y Alexis Mahana por la compañia durante el proceso. Por último, agradecer a mis padres y a Paz Ramírez por su comprensión, ánimo y apoyo. Cualquier error que pueda haber en el presente trabajo es mi absoluta responsabilidad.

1. Introducción

Muchas veces las negociaciones laborales son dilatadas y costosas debido a la asimetría de información que existe; la empresa no conoce exactamente cuál será la productividad de los trabajadores y los empleados no conocen las ganancias esperadas por la firma, dadas por su propio parámetro de productividad que también es información privada. Por otra parte, ambos agentes buscan mantener contratos en el largo plazo, ya que la productividad de los trabajadores depende positivamente de la capacitación entregada por la empresa y asimismo la firma produce más con trabajadores experimentados. Sin embargo, no es fácil determinar la cantidad óptima de capacitación que el empleador da al trabajador, ya que esta debe costearse en el primer período y rinde fruto en el siguiente período cuando no hay certeza de que la relación contractual se mantenga.

Tomando en cuenta lo anterior, es útil incorporar un "Protocolo de Negociación" que permita realizar un acuerdo entre ambas partes sin pérdidas de eficiencia producto de la información asimétrica. Para ello buscaremos un mecanismo socialmente eficiente en donde los participantes siempre revelen su verdadera productividad (compatibilidad de incentivos: CI), del cual quieran participar voluntariamente (participación voluntaria: PV), y que además no requiera financiamiento externo, es decir que en todos los períodos la suma de los pagos sea igual o mayor a cero (presupuesto equilibrado: PE) o que la suma de los pagos de ambos períodos sea positiva (presupuesto total equilibrado). Esto último hace más realista el modelo, pues si bien nos servimos de la presencia de un planificador para el análisis, es deseable que el protocolo diseñado sea sostenible sin la necesidad de un tercero que lo financie. Consideraremos además que si los agentes deciden no participar (retirarse) del mecanismo en el primer período, tampoco podrán participar en el segundo. Esto captura la intuición de situaciones como la que nos interesa analizar: cuando se rompe el vínculo contractual unilateralmente este no puede recomponerse en el futuro.

En particular en este trabajo se estudiará la negociación entre una empresa y un trabajador, donde la asignación que deben acordar incorpora las horas de trabajo y capacitación con las que debe cumplir el trabajador en cada período. El modelo cosiderará que la relación se da en tiempo discreto y que tiene dos momentos: un primer período donde el trabajador reparte su tiempo entre trabajo y capacitación y un segundo período donde se aprovecha la mejora en productividad ocupando todas las horas disponibles para trabajar. Las productividades de los jugadores siguen distintos procesos estocásticos que no tienen correlación alguna entre ellos, excepto porque la capacitación acumulada por el trabajador en el primer período mejora la distribución de probabilidad de su productividad en el segundo período. Esto a su vez mejora la opción alternativa del trabajador, por lo que para retenerlo la empresa deberá pagar más. Por esta razón la capacitación entregada en ausencia del planificador es menor a lo eficiente, lo que es un resultado recurrente en la literatura cuando existe un mercado laboral competitivo.

El modelo planteado se valdrá principalmente de las herramientas elaboradas por Bergemann y Välimäki (2010), quienes extienden el modelo de Vickrey (1961), Clarke (1971) y Groves (1973) (VCG) a un contexto dinámico, y analizará bajo qué circunstancias se cumplen las restricciones ya mencionadas. Bergemann y Välimäki consideran las restricciones de compatibilidad de incentivos y participación voluntaria, sin embargo, no analizan en detalle la segunda. Por otra parte Athey y Segal (2013), analizando un problema similar, encuentran condiciones demasiado exigentes para satisfacer participación voluntaria. Dicho esto, el foco estará puesto en analizar con detalle esta restricción en este esquema particular. Notaremos que los agentes, a través de los pagos, internalizan las externalidades que generan y en consecuencia buscan de manera privada maximizar el bienestar social. De esta manera siempre que sea eficiente para la sociedad mantener el vínculo laboral, lo será también para ambos agentes; es decir, se cumplirá siempre la restricción de participación voluntaria *ex-post*. Por el contrario la restricción de presupuesto total equilibrado nunca se cumplirá. Estudiaremos además cómo cambian estas restricciones con una estructura de pagos distinta y encontraremos que es posible diseñar un mecanismo compatible en incentivos que satisfaga participación voluntaria *ex-ante* y presupuesto total equilibrado *ex-post*.

El trabajo continua con la revisión de literatura en la sección 2 y sigue con la presentación del modelo general en la sección 3. La sección 4 permite entender mejor las implicancias del mecanismo y sus restricciones a través de un ejemplo, y la sección 5 resume las principales conclusiones y los desafíos que deja pendientes este trabajo.

2. Revisión de Literatura

2.1. Diseño de Mecanismos

En la literatura de diseño de mecanismos hay muchos trabajos que estudian problemas dinámicos, sin embargo son Bergemann y Välimäki (2010) y Athey y Segal (2013) los principales trabajos que tienen por objetivo alcanzar asignaciones socialmente eficientes, por lo serán nuestros principales puntos de referencia en esta materia.

En primer lugar, Bergemann y Välimäki generalizan la idea de un mecanismo VCG estático al contexto dinámico, diseñando una secuencia intertemporal de pagos que logra que cada agente reciba en cada período su contribución marginal a la sociedad en ese instante. Según los autores esto permite que en todo momento y para todo agente, el valor presente de los pagos sea igual al valor presente de la externalidad producida, de manera que para todos es óptimo reportar su verdadera información privada. Nos valdremos de esta estructura de pagos para resolver el problema particular de una negociación laboral, donde la asignación es bidimensional y sólo uno de sus componentes, la capacitación, introduce dinamismo al problema. En cuanto a la restricción de participación voluntaria, los autores no establecen claramente por qué el mecanismo logra satifacerla. Plantean además que el mecanismo logra autofinanciarse todos los períodos. En esta línea, nuestro trabajo intentará establecer condiciones necesarias y suficientes para generar un mecanismo que cumpla con participación voluntaria y examinará en detalle la restricción de presupuesto equilibrado, la cual como veremos más adelante no es trivial de cumplir pues el trabajador tiene una valoración negativa de la asignación (le es costoso trabajar y capacitarse).

En segundo lugar, Athey y Segal (2013) toman los modelos de Arrow (1979) y d'Aspremont y Gérard-Varet (1979) (AGV), que permiten alcanzar asignaciones eficientes y que cumplen además con la condición de presupuesto equilibrado en problemas estáticos. Tomando en cuenta AGV y VCG, plantean un mecanismo dinámico eficiente equilibrado en presupuesto. Para lograr esto comienzan construyendo los pagos que permiten la compatibilidad de incentivos, ignorando la restricción de presupuesto, y luego incorporan a los pagos de cada agente un componente que no afecta la compatibilidad de incentivos y permite alcanzar un presupuesto equilibrado. Siguiendo esta metodología, intentaremos balancear nuestro mecanismo en caso de no lograrlo con los pagos propuestos inicialmente. También tomaremos herramientas de Athey y Segal (2007), donde estudian un problema de intercambio de horizonte infinito entre un comprador y un vendedor, para analizar la participación voluntaria.

Por último, nos apoyaremos en Jehiel y Moldovanu (2001) para construir un modelo con valoraciones independientes entre los agentes, pues cuando existen valoraciones interdependientes (es decir cuando la valoración de i depende de θ_{-i}) el mecanismo debe cumplir condiciones demasiado exigentes para alcanzar asignaciones eficientes.

2.2. Economía Laboral

Examinamos la literatura de economía laboral para entender cuáles son las lógicas de negociación que se dan en este contexto. El modelo teórico que nosotros propondremos considera que período a período se negocia tiempo de trabajo y de capacitación, lo que es consistente con parte importante de la literatura que incorpora contratos laborales flexibles. En particular, Ghosh y Waldman (2010) plantean un modelo de dos períodos, donde las empresas constituyen un mercado competitivo y deben decidir cada período si contratar, promover o despedir a un único trabajador. En línea con esto estudiaremos la relación bilateral entre empresa y trabajador, asumiendo que existe una opción alternativa para el trabajador dada justamente por la presencia de un mercado laboral competitivo. A diferencia de Ghosh y Waldman, nos centraremos en la dinámica intertemporal de la relación dada por la capacitación, la cual en esperanza aumenta la productividad del trabajador el próximo período, y no en políticas de promoción.

Zabojnik y Bernhardt (2001) también suponen mercados competitivos y establecen que los salarios deben estar determinados por los costos de oportunidad de los trabajadores y su productividad. En nuestro modelo, el costo de oportunidad (u opción alternativa) está expresado por $\underline{U_{w,t}} = \beta\theta_{w,t}$, donde $\beta \in [0, 1]$ es un factor que muestra qué porcentaje de la productividad $(\theta_{w,t})$ es transferible a cualquier otra firma del mercado laboral. Más adelante cuando examinemos los pagos que impone el mecanismo a los agentes, notaremos que estos siempre vendrán determinados por la productividad y los costos de oportunidad, tal como plantean los autores. La única diferencia en este sentido es que nosotros no hablamos de salarios, sino de transferencias que establece el planificador. Ahora bien, el foco del trabajo de Zabojnik y Bernhardt es muy distinto a lo que nosotros queremos profundizar; mientras ellos buscan dar una explicación a las diferencias de salario dentro de una industria y entre empresas de distinto tamaño, a nosotros nos interesa examinar las dinámicas intertemporales que surgen en la relación entre empresa y trabajador. Además, Zabojnik y Bernhardt estudian los incentivos de los mismos trabajadores para adquirir capital humano, mientras nosotros suponemos que es la empresa la que otorga la capacitación.

Becker (1964), Waldman (1984), Zabojnik y Bernhardt (2001), Ghosh y Waldman (2010), y Prasad y Tran (2013) consideran que las promociones constituyen una señal respecto de la habilidad del trabajador para el resto del mercado laboral. Esto lleva a que el trabajador sea más requerido por otras empresas, mejorando sus posibilidades de empleo el próximo período y por lo tanto dificultando la retención del trabajador en la empresa actual. Según la evidencia mostrada por los autores, esta sería una de las principales razones por las cuales se observan niveles subóptimos de promoción. Si bien nuestro modelo no incorpora ascensos, la capacitación mejora la productividad del trabajador, lo que también mejorará su oportunidad alternativa si es observado por la industria. Ahora bien, todos asumen que la competencia no es capaz de ver perfectamente cuál es la productividad del trabajador. En este sentido entienden β (el mismo que describimos anteriormente) de dos maneras distintas: como un porcentaje de información que es capaz de ver el mercado laboral o como el porcentaje de capacitación general (no específica a la empresa actual) que el trabajador adquirió y que por lo tanto es transferible a la competencia. En línea con esto último, Prasad y Tran (2013) concluyen que la firma prefiere que el trabajador adquiera ambos tipos de capacitación ($\beta = 0,5$). En nuestro modelo incluiremos algo similar, ya que consideraremos que $\beta\theta_{w,t}$ es la utilidad que puede alcanzar el trabajador si se retira de la empresa y a la vez el porcentaje de la productividad que sirve en el resto del mercado laboral. Considerando esto, siempre será eficiente que se mantenga el vínculo laboral en el segundo período y por lo tanto lo que más le convendrá a la empresa será que $\beta = 0$, de manera que la capacitación lo dificulte.

3. Modelo

3.1. Marco conceptual

Consideraremos un modelo con dos agentes ($i \in \{w, f\}$), trabajador (worker: w) y empresa (firm: f), además de un planificador central (designer: d) que diseña el protocolo de negociación. Analizaremos la interacción entre firma y trabajador cuando se renegocia el contrato una vez a lo largo de la relación laboral, lo que sin pérdida de generalidad se puede plasmar en una relación de dos períodos ($t = \{0, 1\}$). Por simplicidad, las características del trabajador quedarán completamente definidas por su productividad, la cual puede variar período a período. Lo mismo supondremos para el caso de la empresa. De esta manera, en cada tiempo t, cada agente i observa de manera privada su productividad (tipo) $\theta_{i,t} \in \Theta_{i,t}$. Así, el espacio de tipos posibles en el período t es el conjunto compacto $\Theta_t = \Theta_{w,t} \times \Theta_{f,t}$.

El mecanismo que utilizaremos considera la siguiente secuencia: después de que cada agente conoce su tipo, es decir el estado $\theta_t = (\theta_{w,t}, \theta_{f,t}) \in \Theta_t$ se realiza, los agentes deben enviar una señal $r_{i,t} \in \Theta_{i,t}$ al diseñador quien con esta información decide $(q_t, k_t) \in \mathbb{R}^2_+$. Seguido de esto, cada agente i hace un pago $p_{i,t} \in \mathbb{R}$, que puede ser negativo o positivo, al diseñador. Con esto la utilidad de cada jugador será $U_i = \sum\limits_{t=0,1} \delta^t U_{i,t}$, donde $\delta \in (0, 1)$ es un factor de descuento y $U_{i,t} = v_i(q_t, k_t, \theta_{i,t}) - p_{i,t}$ es la utilidad (cuasi-lineal) en cada período que viene dada por su valoración ($v_i \in \mathbb{R}$) menos el pago que debe realizar al planificador[1].

Asumiremos que la productividad de la empresa es estocástica, ya que los ingresos de la firma no sólo son determinados por su capacidad productiva, sino también por las condiciones de la economía, que asumiremos exógenas. Por otra parte, las diferencias de productividad entre períodos vienen dadas ya sea por distintas distribuciones de probabilidad o por distintos soportes de la misma. Todo lo anterior queda resumido a continuación,

$$\theta_{f,t} \sim F_{f,t}[\underline{\theta_{f,t}}, \overline{\theta_{f,t}}]$$

La productividad del trabajador también sigue un proceso estocástico, pero en su caso este tendrá la misma función de densidad todos los períodos. Ahora bien, el soporte de $F_{w,t}[\theta_{w,t}]$ también

[1] Note que la valoración puede ser negativa. De hecho para el trabajador la valoración del trabajo y la capacitación siempre será negativa, porque requiere esfuerzo y tiempo de su parte.

estará determinado por la capacitación (k_t es la capacitación del trabajador en el tiempo t). Así, incorporando el aumento de productividad gracias a la capacitación realizada, el tipo del trabajador en cualquier período ($\theta_{w,t}$) se obtiene de[2]

$$\theta_{w,t} \sim F_{w,t}[(1+k_{t-1})\underline{\theta_w}, (1+k_{t-1})\overline{\theta_w}]$$

lo que significa que un trabajador que nunca se ha capacitado (ya sea porque $k_0 = 0$ o porque estamos en $t = 0$) tiene una productividad $\theta_{w,t} \sim F_w[\underline{\theta_w}, \overline{\theta_w}]$. En general, la capacitación aumenta la productividad promedio del trabajador.

3.2. Valoraciones y funciones de utilidad

Una vez descritas las características de ambos jugadores, podemos definir sus valoraciones y funciones de utilidad. En primer lugar, la valoración de la firma viene dada por[3]

$$v_f(q_t, k_t, \theta_{f,t}) = \begin{cases} \theta_{f,t} h(q_t) - g(k_t) & \text{si } q_t > 0 \text{ o } k_t > 0 \\ \underline{U_{f,t}} & \text{si } q_t = k_t = 0 \end{cases}$$

Esta dependerá de su parámetro de productividad $\theta_{f,t}$, de $h(q_t)$ que es una función de las horas trabajadas[4] y el costo $g(k_t)$ de la capacitación k_t que da a sus empleados para que estos sean más productivos el próximo período[5]. En caso de decidir no participar ella o el trabajador, accede a su utilidad de reserva. Esta no dependerá de su tipo, por lo que por simplicidad la igualaremos a cero ($\underline{U_{f,t}} = 0$).

En segundo lugar, definimos la valoración del trabajador. Su valoración $v_w(q_t, k_t, \theta_{w,t})$ será siempre menor o igual a cero cuando se decida producir o dar capacitación[6], porque debe realizar esfuerzo, el cual es costoso. En otro caso ($k_0 = q_0 = 0$), podrá acceder a su utlidad de reserva ($\underline{U_{w,t}} = \beta\theta_{w,t}$) la cual dependerá positivamente de su productividad y del porcentaje que el resto del mercado laboral esté dispuesto a pagar, ya sea porque β representa la parte de la productividad que es general a todas las empresa o porque existe información asimétrica y representa el porcentaje de la productividad

[2]Cuando extendemos el modelo a un horizonte de tiempo mayor, el tipo del trabajador en cualquier período ($\theta_{w,t}$) se obtiene de

$$\theta_{w,t} \sim F_{w,t}[\prod_{t=0}^{t-1}(1+k_t)\underline{\theta_w}, \prod_{t=0}^{t-1}(1+k_t)\overline{\theta_w}]$$

Una definición alternativa del proceso estocástico es $\theta_{w,t} \sim F_{w,t}[\sum_{t=0}^{t-1}(1+k_t)\underline{\theta_w}, \sum_{t=0}^{t-1}(1+k_t)\overline{\theta_w}]$, sin embargo esta tiene una mayor exigencia en términos de la información que requiere el planificador. Con la primera definición, para conocer $\mathbb{E}\theta_{w,t}$ basta con saber $\mathbb{E}\theta_{w,t-1}$ y k_{t-1}, mientras que con esta definición alternativa se necesita saber $\mathbb{E}\theta_{w,0}$ y $\{k\}_{t=0}^{t-1}$ o $\mathbb{E}\theta_{w,0}$ y $\mathbb{E}\theta_{w,t-1}$. De esta manera, el diseñador solo debe conocer lo sucedido en $t-1$ y no necesita remontarse al comienzo de la historia.

[3]Es importante notar que las utilidades de la firma no pueden depender directamente de $\theta_{w,t}$, ya que en ese caso tendríamos valoraciones interdependientes, lo que dificulta encontrar asignaciones eficientes y compatibles en incentivos (Jehiel y Moldovanu, 2001).

[4]$h(.)$ permite incluir distintas tecnologías de producción (si es lineal tendrá retornos constantes a escala, si es convexa serán crecientes y si es cóncava serán decrecientes).

[5]Notar que la existencia de un vínculo laboral entre la empresa y el trabajador en el tiempo t no implica que este se vaya a mantener en $t+1$.

[6]$v_w(q_t, k_t, \theta_{w,t}) < 0$, si $q_t > 0$ o $k_t > 0$, y $v_w(q_t, k_t, \theta_{w,t}) = -\infty$, si $\theta_{w,t} = 0$. Además $\frac{\partial v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t})}{\partial q_t} < 0$, $\frac{\partial v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t})}{\partial k_t} < 0$, $\frac{\partial v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t})}{\partial \theta_{w,t}} > 0$.

que alcanza a observar el resto del mercado laboral,

$$v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t}) = \begin{cases} v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t}) & \text{si } q_t > 0 \text{ o } k_t > 0 \\ \underline{U_{w,t}} & \text{si } q_t = k_t = 0 \end{cases}$$

Además del costo por esfuerzo existe un costo de oportunidad asociado al tiempo dedicado a estas actividades ya que restan tiempo de ocio. En este sentido, el total de horas que pasa el trabajador en la empresa debe tener una cota superior. Intentando reflejar la restricción horaria que tienen los trabajadores y los costos crecientes asociados a pasar más tiempo en la empresa, la valoración del trabajador debe ser convexa en q_t+k_t. Ejemplo de esto es la función $v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t}) = \frac{-1}{2\theta_{w,t}}(q_t+\gamma k_t)^2$, la cual pone una cota superior a (q_t+k_t) al ser la valoración decreciente a tasas crecientes tanto en k_t, como en q_t. Esta especificación permite además ponderar de distinta manera el costo de trabajar y capacitarse.

El último elemento necesario para definir la utilidad de ambos agentes es el pago $p_{i,t}$ asociado a la participación en el mecanismo. Tanto la empresa, como el trabajador deben realizar una transferencia[7] al planificador para concretar el vínculo laboral. Con esto la utilidad de cada agente viene dada por

$$U_{i,t} = v_i(q_t,k_t,\theta_{i,t}) - p_{i,t}$$

Finalmente debemos considerar la utilidad del diseñador

$$U_{d,t} = v_d + p_{w,t} + p_{f,t}$$

donde v_d es su valoración y es constante (por lo que podemos considerar $v_d = 0$ sin pérdida de generalidad).

Con la utilidad de cada agente (trabajador, empresa y diseñador) podemos expresar la utilidad social en cada período t de la siguiente manera

$$U(\theta_t) = U_{d,t} + U_{w,t} + U_{f,t} = v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t}) + v_f(q_t,k_t,\theta_{f,t})$$

3.3. Mecanismo dinámico, eficiencia social y restricciones

Con esto, la función objetivo que maximizará el planificador será:

$$\mathbb{E}_{\theta_t}\left(\sum_{t=0,1}\delta^t[v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t}) + v_f(q_t,k_t,\theta_{f,t})]\right)$$

Luego, en todo momento podemos escribir de la siguiente manera el excedente máximo social

$$V(\theta_t) = \max_{\{(q_s,k_s)\}_{s=t}^1} \mathbb{E}\left(\sum_{s=t}^{1}\delta^{s-t}\sum_{i=w,f}[v_i(q_s,k_s,\theta_{i,s})]\right)$$

[7]Notar que participar del mecanismo genera costos en el trabajador, no solo por el esfuerzo que debe realizar, sino además por la utilidad de reserva a la que debe renunciar ($\underline{U_{w,t}}$). Es por esto que el planificador deberá pagarle al trabajador para que quiera participar voluntariamente ($p_{w,t} \leq 0$), al contrario de la firma que está dispuesta a pagar ($p_{f,t} \geq 0$) porque si no participa no puede producir y su utilidad de reserva es cero ($\underline{U_{f,t}} = 0$).

donde la asignación óptima es $\{(q^*, k^*)\} = \{(q_s^*, k_s^*)\}_{s=t}^1$. Para simplificar la notación omitimos en el operador de expectativas el estado a partir del cual estamos calculando la esperanza, o sea $\mathbb{E}(.) = \mathbb{E}_{\theta_t}(.)$. Considerando que son dos los períodos de negociación, podemos reescribir el máximo social para cada período como

$$V(\theta_0) = \max_{(q_0,k_0)} \sum_{i=w,f} v_i(q_0, k_0, \theta_{i,0}) + \delta \mathbb{E} V(\theta_1)$$

$$V(\theta_1) = \max_{(q_1,k_1)} \sum_{i=w,f} v_i(q_1, k_1, \theta_{i,1})$$

Es fundamental recordar que la utilidad social en $t = 1$ depende de la capacitación dada en $t = 0$ (k_0), pues esta aumenta la productividad del trabajador para el segundo período ($\mathbb{E}\theta_{w,1} = (1 + k_0)\mathbb{E}\theta_{w,0}$). Esto a su vez permite a la empresa aumentar la producción en $t = 1$ porque el aumento en productividad del trabajador equivale a una disminución del costo marginal de producción.

Una vez encontrada la asignación eficiente, el planificador debe decidir entre implementar dicha asignación o dejar a cada agente con su utilidad de reserva, es decir implementar $q_t = k_t = 0$. De esta manera el diseñador resolverá en $t = 0$ y $t = 1$

$$\max\{V(\theta_0), \sum_{t=0}^{1} \delta^t \sum_{i=w,f} \underline{U_{i,t}}\}$$

$$\max\{V(\theta_1), \sum_{i=w,f} \underline{U_{i,1}}\}$$

Previo a encontrar la asignación eficiente es necesario resolver el problema de información asimétrica. Para esto usaremos un mecanismo directo, el cual definimos a continuación[8].

Definición 1. Mecanismo directo: *Con el objetivo de conocer la información privada de los participantes, el diseñador implementa un mecanismo directo. Este consiste en pedirle a todos los agentes que comuniquen de manera privada y simultánea su tipo $\theta_{i,t}$, y no otro mensaje, al comienzo de cada período. Luego de esto el diseñador decide la asignación ($(q, k) : \Theta_t \to \mathbb{R}_+^2$) y los pagos óptimos ($p : \Theta_t \to \mathbb{R}^2$) a implementar.*

Por el principio de la revelación sabemos que no existe pérdida de generalidad al restringir el análisis a mecanismos directos, pues dado cualquier mecanismo factible de implementar existe un mecanismo directo equivalente que alcanza la misma asignación y pagos. Por otra parte supondremos que el diseñador es capaz de hacer que los jugadores implementen las asignaciones acordadas y que puede comprometerse a cumplir una regla de pagos, como es común en la literatura de diseño de mecanismos. En relación al mecanismo descrito, es necesario considerar que el reporte de los agentes sobre su tipo, $r_{i,t} \in \Theta_{i,t}$, puede ser cierto o no.

Definición 2. Compatibilidad de Incentivos (CI): *El mecanismo directo descrito por $\{(q^*, k^*)\}$, $\{p^*\}$ será compatible en incentivos cuando todos los agentes en todos los períodos revelen al planificador su verdadera productividad de manera voluntaria, es decir cuando se verifique $r_{i,t} = \theta_{i,t}$ $(\forall i)(\forall t)$.*

En este sentido, para alcanzar el óptimo social antes descrito, debemos establecer pagos $\{p^*\} = \{(p_{w,t}^*, p_{f,t}^*)\}_{t=0,1}$ y asignaciones $\{(q^*, k^*)\} = \{(q_t^*, k_t^*)\}_{t=0,1}$ tales que los agentes revelen sus verdaderas valoraciones todos los períodos, de lo contrario el planificador no contará con la información

[8] Ver Myerson (1981) para más detalles sobre el principio de la relevación y bondades de los mecanismos directos.

necesaria para implementar el primer mejor. Asumiremos que los individuos son racionales, por lo que revelarán su verdadero tipo $\theta_{i,t}$ si y solo si esto maximiza su propia utilidad. Notemos que el nexo entre períodos es la capacitación k_t, por lo que si no existiera esta, el problema sería perfectamente separable entre períodos y se reduciría a la resolución de dos problemas estáticos. En ese caso bastaría con verificar

$$U_{i,t}(q_t(\theta_{i,t}, r_{-i,t}), k_t(\theta_{i,t}, r_{-i,t}), \theta_{i,t}) \geq U_{i,t}(q_t(r_{i,t}, r_{-i,t}), k_t(r_{i,t}, r_{-i,t}), \theta_{i,t})$$

lo que significa que $r_{i,t} = \theta_{i,t}$ maximiza *ex-post* la utilidad del agente i en el período t independientemente de la información del otro participante (tipo $\theta_{-i,t}$ y reporte $r_{-i,t}$). Sin embargo, en un contexto dinámico donde la capacitación del primer período afecta el espacio de posibilidades para el futuro, la condición que se debe satisfacer en $t = 0$ es más compleja pues cada agente incluye la utilidad del próximo período en la decisión de qué mensaje dar al planificador. En particular en nuestro modelo, debemos considerar que el reporte que da la empresa en el primer período, $r_{f,0}$, afecta la capacitación óptima de ese mismo período, k_0^*, y esta a su vez afecta el soporte de la distribución de la productividad del trabajador en el siguiente período ($\theta_{w,1}$). Teniendo esto en cuenta, para satisfacer la restricción de compatibilidad de incentivos en $t = 0$ se debe verificar

$$\begin{aligned} r_{i,0} = \theta_{i,0} \quad &= \quad argmax \Big[U_{i,0}(q_0(r_{i,0}, r_{-i,0}), k_0(r_{i,0}, r_{-i,0}), \theta_{i,0}) \\ &\qquad + \delta \mathbb{E} \left(U_{i,1}(q_1(r_{i,1}, r_{-i,1}), k_1(r_{i,1}, r_{-i,1}), \theta_{i,1}) \right) \Big] \qquad (\forall i)(\forall r_{-i,t}) \end{aligned}$$

Lo que refleja lo dicho anteriormente: una vez conocidas las reglas del mecanismo $\{(q^*, k^*); p^*\}$ y su productividad $\theta_{i,t}$, para el agente es óptimo decir su verdadero tipo pues no hay otro mensaje que le reporte mayor utilidad.

Para satisfacer la restricción recién mencionada debemos construir una regla de pagos que incorpore las externalidades que cada agente impone al resto de la sociedad. Con esto buscamos que la función objetivo privada coincida con la social. Como el problema es dinámico, los pagos que contruiremos, $p_{i,t}^*$, deberán incorporar no solo la externalidad impuesta al resto en el período corriente, sino también el cambio en la utilidad del resto de la sociedad en el siguiente período. De esta manera se logrará que cada agente pague su valoración menos su contribución marginal a la sociedad período a período.

Antes de mostrar la estructura de pagos es necesario explicitar algunas definiciones previas. En primer lugar, debemos establecer cual es la contribución total de un agente a la sociedad.
Definición 3. Contribución total: *La contribución total a la sociedad de un agente i en el momento t viene dada por $M_i(\theta_t) = V(\theta_t) - V_{-i}(\theta_t)$, donde $V(\theta_t)$ es la función de valor para toda la sociedad y $V_{-i}(\theta_t)$ es la valoración del resto de la sociedad (de t en adelante) en ausencia de i.*

$$V_{-i}(\theta_t) = \max_{\{(q_s, k_s)\}_{s=t}^{1}} \mathbb{E} \left(\sum_{s=t}^{1} \delta^{s-t} \sum_{j \neq i} v_j(q_s, k_s, \theta_{j,s}) \right)$$

$\{(q_{-i}^*, k_{-i}^*)\} = \{(q_{-i,s}^*, k_{-i,s}^*)\}_{s=t}^{1}$ es la asignación óptima en ausencia de i. Recordemos que, al tratarse de una relación bilateral, cuando se ausenta alguno de los participantes no puede existir trabajo ni capacitación, es decir $q_{-i,t}^* = k_{-i,t}^* = 0$, y ambos agentes solo pueden acceder a sus utilidades de reserva. De esta manera, la contribución total del agente i en $t=0$ es

$$
\begin{aligned}
M_i(\theta_0) &= \sum_{i=w,f}\left[v_i(q_0^*,k_0^*,\theta_{i,0})\right] - v_j(q_{-i,0}^*,k_{-i,0}^*,\theta_{j,0}) \\
&\quad +\delta\mathbb{E}\Bigg[\sum_{i=w,f}\left[v_i(q_1^*,k_1^*,\theta_{i,1})\right] - v_j(q_{-i,1}^*,k_{-i,1}^*,\theta_{j,1})\Bigg]
\end{aligned}
$$

y en $t=1$,

$$
M_i(\theta_1) = \sum_{i=w,f}\left[v_i(q_1^*,k_1^*,\theta_{i,1})\right] - v_j(q_{-i,1}^*,k_{-i,1}^*,\theta_{j,1})
$$

Una vez definida la contribución total, es posible definir la contribución marginal.
Definición 4. Contribución marginal: *La contribución marginal a la sociedad de un agente i en el momento t viene dada por $m_i(\theta_t) = M_i(\theta_t) - \delta\mathbb{E}M_i(\theta_{t+1})$.*

$$
\begin{aligned}
m_i(\theta_t) &= M_i(\theta_t) - \delta\mathbb{E}M_i(\theta_{t+1}) = V(\theta_t) - V_{-i}(\theta_t) - \delta\mathbb{E}[V(\theta_{t+1}) - V_{-i}(\theta_{t+1})] \\
m_i(\theta_t) &= \left[\sum_{j=w,f} v_j(q_t^*,k_t^*,\theta_{j,t}) - \sum_{j\neq i} v_j(q_{-i,t}^*,k_{-i,t}^*,\theta_{j,t})\right] \\
&\quad +\delta\mathbb{E}\left[V_{-i}(\theta_{t+1}\mid q_t^*,k_t^*,\theta_t) - V_{-i}(\theta_{t+1}\mid q_{-i,t}^*,k_{-i,t}^*,\theta_t)\right]
\end{aligned}
$$

donde el primer término entre corchetes muestra la diferencia entre la utilidad de la sociedad en t con y sin el agente i (eligiendo las asignaciones eficientes para cada caso: (q_t^*,k_t^*) y $(q_{-i,t}^*,k_{-i,t}^*)$, respectivamente) y el segundo término muestra la diferencia entre el valor de continuación para el resto de los agentes $(-i)$ considerando que i participa en t (y por lo tanto se decide (q_t^*,k_t^*)) y considerando que no participa (y por lo tanto se decide $(q_{-i,t}^*,k_{-i,t}^*)$). Esto refleja lo que mencionábamos anteriormente: que un agente decida no participar en $t=0$ no solo afecta la utilidad que puede alcanzar su contraparte en $t=0$, sino también en $t=1$. Esto último porque cuando algún individuo decide no participar en $t=0$ no puede reincorporarse en el futuro, por lo que en $t=1$ nuevamente se ven ambos limitados a sus utilidades de reserva. Además en el caso de la empresa, que es quien da la capacitación, al no participar en $t=0$ no permite que el trabajador aumente su productividad ($k_t=0$ implica $\mathbb{E}\theta_{w,1}=\mathbb{E}\theta_{w,0}$)[9] lo que le significa en promedio una peor opción alternativa.

Considerando la definición 2, podemos establecer los pagos que incentivarán a los agentes a revelar su verdadera productividad.
Definición 5. Pagos óptimos: *El pago del agente i en el período t, denominado $p_{i,t}^*$, corresponde a la diferencia entre su valoración y su contribución marginal a la sociedad.*

$$
\begin{aligned}
p_{i,t}^* &= v_i(q_t^*(r_{i,t},r_{-i,t}),k_t^*(r_{i,t},r_{-i,t}),\theta_{i,t}) - m_i(\theta_t) \\
p_{i,t}^* &= \sum_{j\neq i}[v_j(q_{-i,t}^*,k_{-i,t}^*,\theta_{j,t}) - v_j(q_t^*(r_{i,t},r_{-i,t}),k_t^*(r_{i,t},r_{-i,t}),\theta_{j,t})] \\
&\quad +\delta\mathbb{E}\left[V_{-i}(\theta_{t+1}\mid q_{-i,t}^*,k_{-i,t}^*,\theta_t) - V_{-i}(\theta_{t+1}\mid q_t^*(r_{i,t},r_{-i,t}),k_t^*(r_{i,t},r_{-i,t}),\theta_t)\right]
\end{aligned}
$$

Al igual que en un mecanismo VCG, la transferencia $p_{i,t}^*$ depende del reporte $r_{i,t}$ solo mediante la determinación de la asignación social, es decir, el reporte de los agentes va a determinar la asignación

[9] Recordar que la capacitación desplaza de manera proporcional ambos extremos del soporte de la distribución de la productividad del trabajador, tal que $\mathbb{E}\theta_{w,1} = (1+k_0^*)\mathbb{E}\theta_{w,0}$.

(q_t^*, k_t^*) que escoge el diseñador y esta a su vez afectará los pagos $(p_{w,t}^*, p_{f,t}^*)$ que él mismo establece. Las transferencias serán negativas, es decir el diseñador deberá pagarle al individuo por participar, cuando la contribución del agente al resto de la sociedad sea mayor que su propia valoración. Esto suele ocurrir con el trabajador, pues para él será costoso capacitarse y trabajar.

Por el motivo recién señalado será difícil que el mecanismo logre autofinanciarse todos los períodos. Para estudiar esto definimos la restricción de presupuesto equilibrado.

Definición 6. Presupuesto Equilibrado (PE): *Decimos que el mecanismo descrito por* $\{(q^*, k^*)\}$, $\{p^*\}$ *cumple con la restricción de presupuesto equilibrado ex-post cuando* $\sum_{i=w,f} p_{i,t}^* \geq 0$ $(\forall t)$.

Lo que significará que el mecanimos nunca requiere financiamiento externo. Esto hace más realista el modelo, pues si bien nos servimos de la presencia de un planificador para el análisis, es deseable que el protocolo diseñado sea sostenible sin la necesidad de un tercero que lo financie. También consideraremos en el análisis del mecanismo una condición menos restrictiva que la de presupuesto equilibrado en cada período, la condición de presupuesto total equilibrado, la cual permite tener déficit en algunos períodos, siempre y cuando este se pueda pagar con el excedente de los períodos superavitarios.

Definición 7. Presupuesto total Equilibrado: *Decimos que el mecanismo descrito por* $\{(q^*, k^*)\}$, $\{p^*\}$ *cumple con la restricción de presupuesto total equilibrado ex-post cuando* $\sum_{t=0}^{1} \delta^t \sum_{i=w,f} p_{i,t}^* \geq 0$.

Para finalizar la caracterización del problema falta definir una última restricción que debe satisfacer el mecanismo, la restricción de participación voluntaria. Esta es fundamental pues si el mecanismo no permite a los agentes mejorar su bienestar, es decir acceder a una utilidad mayor que su utilidad de reserva, no podrá ser implementado.

Definición 8. Participación Voluntaria (PV): *Cuando todos los agentes participan del mecanismo descrito por* $\{(q^*, k^*)\}, \{p^*\}$ *en todos los períodos sin ser obligados a hacerlo, decimos que este cumple con la restricción de participación voluntaria.*

Hay que considerar que es difícil cumplir las restricciones de PV y PE al mismo tiempo[10], pues la PV es menos restrictiva a medida que los pagos son más negativos (los agente reciben dinero por participar del mecanismo), contrario al PE que se cumplirá solo si el pago positivo (generalmente de la empresa) en t supera en valor absoluto al pago negativo (del trabajador) en el mismo período.

Volviendo sobre la participación voluntaria, debemos mencionar que en la literatura se evalúa la restricción de PV en distintos momentos, por lo que es necesario distinguir entre PV *ex-ante*, PV *ad interim* y PV *ex-post*. Esta última asegura la participación de los agentes a todo evento, sin embargo no es considerada muy a menudo al ser la definición más restrictiva[11]. Hablamos de ***PV ex-ante*** cuando los agentes deben decidir si participar del mecanimo considerando solo la información hasta $t-1$, es decir sin conocer su tipo, $\theta_{i,t}$, ni el del resto, $\theta_{-i,t}$. Considerando que la decisión de abandonar el mecanismo es permanente, para garantizar que la persona i participe en $t = 0$, debe cumplirse

[10] Ver Myerson y Satterthwaite (1983).

[11] Es común que con agentes neutrales al riesgo se analice las restricciones de PV tomando en cuenta que estos aceptan (o no) las condiciones del mecanismo antes de comenzar, ya sea que conozcan o no su tipo, porque buscan maximizar la esperanza de su utilidad período a período.

que[12]

$$\mathbb{E}_{\theta_{-1}}\sum_{t=0}^{1}\delta^t U_{i,t}^{*}=\mathbb{E}_{\theta_{-1}}\sum_{t=0}^{1}\delta^t[v_i(q_t^*,k_t^*,\theta_{i,t})-p_{i,t}^*] \quad \geq \quad \mathbb{E}_{\theta_{-1}}\sum_{t=0}^{1}\delta^t \underline{U_{i,t}}$$

y para que decida participar en $t=1$,

$$\mathbb{E}_{\theta_0}U_{i,1}^{*}=\mathbb{E}_{\theta_0}[v_i(q_1^*,k_1^*,\theta_{i,1})-p_{i,1}^*] \quad \geq \quad \mathbb{E}_{\theta_0}\underline{U_{i,t}}$$

Es decir la participación en el mecanismo debe otorgarle una utilidad esperada mayor o igual a la utilidad de reserva esperada.

Nos referimos a **PV *ad interim*** cuando los agentes al momento de tomar la decisión además conocen su tipo $\theta_{i,t}$. Esto quiere decir que tienen mejor información y por lo mismo un valor esperado más acotado de cómo serán las asignaciones y los pagos, lo que le permite calcular de manera más precisa el valor esperado de su utilidad. Así, se deben cumplir las mismas condiciones anteriores pero considerando $\mathbb{E}_{\{\theta_{i,0},\ \theta_{-i,-1}\}}$ en vez de $\mathbb{E}_{\theta_{s-1}}$ en $t=0$, y $\mathbb{E}_{\{\theta_{i,1},\ \theta_{-i,0}\}}$ en vez de $\mathbb{E}_{\theta_0}$ en $t=1$. Por último para satisfacer la restricción de **PV *ex-post*** es necesario que se satisfagan las condiciones expuestas considerando $\mathbb{E}_{\theta_0}$ en vez de $\mathbb{E}_{\theta_{-1}}$, y $\mathbb{E}_{\theta_1}$ en vez de $\mathbb{E}_{\theta_0}$, respectivamente, porque los agentes disponen de toda la información del período a la hora de tomar la decisión, es decir conocen con certeza cuál será la asignación y el pago en $t=0$ ($q_0(\theta_{w,0},\theta_{f,0})$, $k_0(\theta_{w,0},\theta_{f,0})$ y $p_{i,0}(\theta_{w,0},\theta_{f,0})$) y por lo tanto también cuál será su utilidad en el período corriente[13].

4. Ejemplo

4.1. Caracterización del problema

El propósito de esta sección es ilustrar a través de valoraciones y funciones de distribución específicas las tensiones (*trade-offs*) relevantes que se presentan al introducir capacitación al contrato laboral. Para esto calcularemos las asignaciones socialmente óptimas y los pagos de cada período bajo la estructura descrita en la sección anterior. Con esto veremos si se cumplen las restricciones de CI, PV y PE. En caso de no cumplirse la restricción de participación voluntaria o de presupuesto equilibrado, veremos si a través de transferencias de suma alzada (es decir que no dependan de los reportes) podemos conseguir que el mecanismo satisfaga las restricciones de PV y PE. Posterior a este análisis verificaremos la condición de presupuesto *total* equilibrado e introduciremos un indicador de cuan costoso es para la sociedad alcanzar el primer mejor.

Para resolver el modelo usaremos las siguientes valoraciones[14]

$$v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t})=\begin{cases}-\dfrac{1}{2\theta_{w,t}}(q_t+\gamma k_t)^2 & \text{si } q_t>0 \text{ o } k_t>0\\ \underline{U_{w,t}}=\beta\theta_{w,t} & \text{si } q_t=k_t=0\end{cases}$$

$$v_f(q_t,k_t,\theta_{f,t})=\theta_{f,t}q_t-\frac{\lambda}{2}(k_t)^2$$

[12]Denotamos a la información anterior al período $t=0$ como θ_{-1}, considerando que los agentes en la definición *ex-ante* de $t=0$ no tienen ninguna información del período (además de las distribuciones de probabilidad).

[13]Para ver en qué momento de la interacción ocurre cada una de las definiciones de la participación voluntaria, puede ver la Figura 1 en la página 19.

[14]Notar que cuando $q_t=h_t=0$, $v_f(q_t,k_t,\theta_{f,t})=\underline{U_{f,t}}=0$.

donde $\gamma \in [0,1]$ pondera el costo de las horas de capacitación respecto a las horas de trabajo, ya que en general el trabajo requiere de un mayor esfuerzo que la capacitación. Coherente con las definiciones de la sección anterior, a medida que el trabajador aumenta su productividad, aumenta también su valoración[15], es decir le es menos costoso realizar el trabajo y capacitación. Lógicamente, la empresa también aumenta su valoración a medida que aumenta su productividad.

En cuanto a la asignación, hay efectos distintos sobre las valoraciones de los agentes. Para la empresa, la valoración marginal del trabajo q_t es constante e igual a su parámetro de productividad $\theta_{f,t} \geq 0$, lo que significa que la firma tiene una tecnología de producción con retornos constantes a escala. Para el trabajador q_t y k_t son costosos, de hecho el costo marginal de cada uno es creciente en ambos argumentos. Similar es el caso de la empresa respecto a la capacitación, donde el costo marginal de k_t es creciente a una tasa constante λ [16].

Considerando que ambos agentes y el planificador maximizan su utilidad total, es necesario explicitar las distribuciones de probabilidad de sus tipos, $F_{w,t}(\theta_{w,t})$ y $F_{f,t}(\theta_{f,t})$. Por simplicidad asumiremos que el tipo de la empresa surge de la misma distribución de probabilidad en ambos períodos, lo que significa que no existen cambios en su productividad esperada, ya sea por factores endógenos o exógenos (del entorno económico). El trabajador en cambio, sí experimenta una mejora en su productividad esperada si se capacita en el primer período aumentando en promedio $k_0\,\%$ su productividad para $t = 1$.

$$
\begin{aligned}
\theta_{f,t} &\sim U[\underline{\theta_f}, \overline{\theta_f}] \\
\theta_{w,0} &\sim U[\underline{\theta_w}, \overline{\theta_w}] \\
\theta_{w,1} &\sim U[(1+k_0)\underline{\theta_w}, (1+k_0)\overline{\theta_w}]
\end{aligned}
$$

De esta manera el problema dinámico es completamente diferente al estático: si los agentes fueran miopes, ambos querrían $k_0 = 0$ pues en el presente la capacitación es puro costo. Sin embargo cuando la relación contractual se mantiene el siguiente período, ambos pueden apropiarse de las ganancias que la capacitación genera. Todo lo demás constante, la capacitación aumentará la utilidad del trabajador porque requerirá menos esfuerzo para realizar el mismo trabajo y a su vez, este aumento en productividad, también permitirá a la empresa aumentar su utilidad ya sea porque deberá pagarle menos al planificador o porque ganará más de lo que deberá compensar al trabajador por aumentar las horas de trabajo en $t = 1$ (al ser menor la externalidad negativa que le impone al trabajador[17]).

De lo anterior notamos la importancia de analizar detalladamente la restricción de participación voluntaria, ya que no es obvio que en $t = 1$ ambos quieran volver a participar del mecanismo. Ahora bien, los efectos de no renovar el vínculo contractual son distintos sobre uno y otro. Si algún agente no quiere participar en $t = 1$ la capacitación entregada por la empresa en $t = 0$ no tendrá beneficio

[15] $\lim\limits_{\theta_{w,t} \to \infty} v_w(q_t, k_t, \theta_{w,t}) = 0$

[16] El costo de capacitación para la empresa, $g(k_t) = \frac{\lambda}{2}(k_t)^2$, cumple con las típicas propiedades: $g(0) = 0$, $g'(k_t) > 0$, $g''(k_t) > 0$. Lo mismo para el trabajador, donde $v_w(0,0,\theta_{w,t}) = 0$, $\frac{\partial v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t}}{\partial q_t(k_t)} < 0$, $\frac{\partial^2 v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t}}{\partial q_t^2(k_t^2)} < 0$, $\frac{\partial^2 v_w(q_t,k_t,\theta_{w,t}}{\partial q_t \partial k_t} < 0$

[17] Recordar que cuando la empresa no participa en $t = 1$, $q^*_{-i,1} = k^*_{-i,1} = 0$, y cuando sí lo hace, $q^*_1 > q^*_{-i,t}$ y $k^*_1 = k^*_{-i,1} = 0$. Luego, teniendo en cuenta la manera en cómo construimos los pagos, la empresa deberá pagar a la sociedad la externalidad que le impone al trabajador $(v_w(0,0,\theta_{w,1}) - v_w(q^*_1, 0, \theta_{w,1}))$ la cual disminuirá si aumenta $\theta_{w,1}$.

alguno para ella. No ocurre lo mismo con el trabajador, ya que cuando la capacitación es en algún grado transferible al resto del mercado laboral ($\beta > 0$), por más se disuelva el contrato en $t = 1$, esta le permitirá tener una mejor opción alternativa en ese período. Como veremos más adelante, estas consideraciones estarán incluidas en los pagos óptimos.

4.2. Óptimo privado sin información asimétrica

Veamos primero cuál sería la solución al problema descrito cuando es la empresa la que debe contratar al trabajador. En este caso el poder de negociación es de la firma, por lo que ella ofrece salarios para cada período y el trabajador solo debe aceptar, o no, los términos propuestos. De esta manera la empresa buscará maximizar su utilidad privada satisfaciendo con igualdad la restricción de participación voluntaria del trabajador para ambos períodos,

$$\begin{aligned}
\max_{\{q_t,k_t\}_{t=0}^{1}} \quad & \mathbb{E}\left(\sum_{t=0}^{1}\delta^t\big[\theta_{f,t}q_t - \frac{\lambda}{2}(k_t)^2 - w_t\big]\right)\\
\text{s.a.} \quad & w_0 - \frac{1}{2\theta_{w,0}}(q_0+\gamma k_0)^2 + \delta\mathbb{E}\big[w_1 - \frac{1}{2\theta_{w,1}}(q_1+\gamma k_1)^2\big] = \beta\theta_{w,0} + \delta\mathbb{E}\theta_{w,1}\\
& w_1 - \frac{1}{2\theta_{w,1}}(q_1+\gamma k_1)^2 = \beta\theta_{w,1}
\end{aligned}$$

donde la primera restricción es la que debe cumplirse en $t = 0$ para que el trabajador esté indiferente entre trabajar (y capacitarse) o no y la segunda satisface la misma condición para $t = 1$, considerando que w_t es el salario que recibe en $t = 0, 1$. No incluimos restricciones de compatibilidad de incentivos porque asumimos que la productividad de ambos es conocida por todos, ya que el objetivo aquí es encontrar el resultado con información simétrica para luego poder compararlo con la asignación eficiente y ver las ineficiencias que se producen por la ausencia de un planificador, incluso cuando no existe el problema inicial de la información asimétrica. Además, el trabajador conoce la función objetivo de la firma, por lo que el contrato que esta ofrece estará caracterizado por cantidad de trabajo, capacitación y salario para cada período:

$$\begin{aligned}
& q_0 = \theta_{w,0}\theta_{f,0} - \gamma k_0 = \theta_{w,0}\theta_{f,0} - \frac{\gamma\delta}{2\lambda}\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2) + \frac{\gamma^2}{\lambda}\theta_{f,0} + \frac{\gamma\delta\beta}{\lambda}\mathbb{E}\theta_{w,0} && q_1 = \theta_{w,1}\theta_{f,1}\\
& k_0 = \frac{\delta}{2\lambda}\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2) - \frac{\gamma}{\lambda}\theta_{f,0} - \frac{\delta\beta}{\lambda}\mathbb{E}\theta_{w,0} && k_1 = 0\\
& w_0 = \frac{1}{2}\theta_{w,0}\theta_{f,0}^2 + \beta\theta_{w,0} && w_1 = \frac{1}{2}\theta_{w,1}\theta_{f,1}^2 + \beta\theta_{w,1}
\end{aligned}$$

En $t = 0$ el trabajador conoce su productividad y la de la firma, por lo que sabe con certeza cuanto tendrá que trabajar, el tiempo que deberá dedicar a capacitación y el pago que recibirá en ese período. Ahora bien, al decidir participar debe incorporar la utilidad esperada para el segundo período también. Notemos que por construcción la empresa siempre deja *ex-post* al trabajador con una utilidad igual a su utilidad de reserva, por lo que estará indiferente entre participar o no. Sin embargo la relación contractual, en promedio, beneficia al trabajador, ya que en el segundo período la empresa deberá pagarle un sueldo tal que al aceptar seguir trabajando quede con una utilidad igual a su utilidad de reserva $\beta\theta_{w,1}$, la cual será mayor a la utilidad de reserva que hubiese tenido en caso de no aceptar el contrato ($\mathbb{E}\beta\theta_{w,1} > \mathbb{E}\beta\theta_{w,0}$). De esta manera, el trabajador acepta el contrato y se implementa la asignación descrita anteriormente.

4.3. Asignación eficiente

Calcularemos ahora cuáles serán las asignaciones que el planificador benevolvente querrá implementar. Estas surgen de maximizar la utilidad para la sociedad, por lo que el problema a resolver es el siguiente

$$\max_{\{q_t,k_t\}_{t=0}^{1}} \mathbb{E}\left(\sum_{t=0}^{1} \delta^t[\theta_{f,t}q_t - \frac{\lambda}{2}(k_t)^2 - \frac{1}{2\theta_{w,t}}(q_t+\gamma k_t)^2]\right)$$

el cual incorpora las valoraciones de ambos agentes en ambos períodos. Notamos que los pagos no son parte de la función objetivo, ya que solo constituyen transferencias entre los participantes dada la estructura cuasi-lineal de las preferencias.

Para encontrar $\{(q_t^*, k_t^*)\}_{t=0}^{1}$ podemos reescribir el problema de manera recursiva,

$$\begin{aligned} V(\theta_0) &= \max_{(q_0,k_0)} [\theta_{f,0}q_0 - \frac{\lambda}{2}(k_0)^2 - \frac{1}{2\theta_{w,0}}(q_0+\gamma k_0)^2] + \delta\mathbb{E}V(\theta_1) \\ V(\theta_1) &= \max_{(q_1,k_1)} [\theta_{f,1}q_1 - \frac{\lambda}{2}(k_1)^2 - \frac{1}{2\theta_{w,1}}(q_1+\gamma k_1)^2] \end{aligned}$$

Asumiendo que el planificador tiene toda la información en cada período, resolvemos. De las CPO encontramos que $q_t^* + \gamma k_t^* = \theta_{w,t}\theta_{f,t}$ $(\forall t)$, lo que muestra una tensión evidente entre trabajo y capacitación: a mayor tiempo de trabajo, menor tiempo de capacitación y viceversa. Esto ocurre porque, como habíamos anticipado, la suma de ambos tiene una cota superior dada por la convexidad de los costos. El beneficio que trae consigo la capacitación es que aumenta la productividad del trabajador, lo que (en esperanza) expande la frontera de posibilidades de producción para el próximo período.

Resolviendo para $t = 1$ encontramos que la asignación óptima, dado k_0, es

$$\begin{aligned} q_1^* &= \theta_{w,1}\theta_{f,1} \\ k_1^* &= 0 \end{aligned}$$

Lo que tiene sentido, ya que la capacitación en el último período solamente puede mermar el bienestar al disminuir las horas de trabajo y ser costoso para ambos agentes. Otra manera de interpretarlo es que cuando se sabe que en el próximo período (un hipotético $t = 2$) el vínculo no continuará, no tiene sentido capacitar. Volviendo a $t = 0$ debemos notar que $V(\theta_1)$ depende de cuánto decidamos capacitar al trabajador en el primer período. Aquí observamos la tensión descrita: k_0 disminuye el bienestar hoy, pero mejora las perspectivas futuras de ambos agentes (permite producir más y a un menor costo para el trabajador). Considerando esto reemplazamos las soluciones obtenidas y encontramos

$$\begin{aligned} q_0^* &= \theta_{w,0}\theta_{f,0} - \frac{\gamma\delta}{2\lambda}\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2) + \frac{\gamma^2}{\lambda}\theta_{f,0} \\ k_0^* &= \frac{\delta}{2\lambda}\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2) - \frac{\gamma}{\lambda}\theta_{f,0} \end{aligned}$$

Notemos que la capacitación aumenta a medida que valoremos más el futuro ($\delta \to 1$), disminuya el costo marginal de darla, tanto para la empresa ($\lambda \to 0$), como para el trabajador ($\gamma \to 0$) y a medida que se preveea una mayor productividad a futuro del trabajador ($\mathbb{E}\theta_{w,1} = (1 + k_0^*)\mathbb{E}\theta_{w,0}$ y

$\frac{\partial k_0^*}{\partial \mathbb{E}\theta_{w,0}} > 0$) y en especial de la empresa ($\underline{\theta_{f,1}} > 0$ y $\frac{\partial k_0^*}{\partial \mathbb{E}\theta_{f,1}^2} > 0$). Por el contrario, si la productividad de la empresa es muy alta en $t = 0$ ($\theta_{f,0} \rightarrow \overline{\theta_{f,0}}$), conviene aprovechar el buen momento para producir más y capacitar menos, ya que la productividad de la empresa es una variable aleatoria (sin persistencia) y nada asegura que se mantenga alta el próximo período.

Si comparamos estos resultados con la asignación privada, podemos notar que la capacitación elegida por la empresa será siempre menor a la eficiente ($k_0 = k_0^* - \frac{\delta\beta}{\lambda}\mathbb{E}\theta_{w,0}$) y por ende el primer período se trabajará más que el óptimo ($q_t + \gamma k_t = \theta_{w,t}\theta_{f,t}$ $(\forall t)$), lo que a su vez perjudicará la producción de $t = 1$ ($\mathbb{E}q_1 < \mathbb{E}q_1^*$). Ghosh y Waldman (2001) encuentran los mismos resultados en cuanto a porcentaje de trabajadores ascendidos: el ascenso es tomado por el mercado como una señal de productividad alta, lo que incrementa el sueldo ofrecido por el resto de las empresas al trabajador. Esto a su vez obliga al actual empleador a aumentar el salario ofrecido para lograr retener al trabajador, lo que causa que la cantidad de trabajadores ascendidos sea subóptima. Ahora bien, el resto del mercado no está dispuesto a pagar toda la productividad del trabajador, sino un porcentaje β, ya sea porque observan con ruido su real productividad o porque $(1 - \beta)$ de esta es productividad específica a la firma actual, lo que hace eficiente que el actual empleador retenga al trabajador.

Antes de continuar con el análisis, debemos verificar que $q_t^*, k_t^* \geq 0$ $(\forall t)$. Esto siempre se cumple en el segundo período, ya que $\theta_{i,t} \geq 0$ $(\forall i)(\forall t)$. Por lo que solo debemos verificar la restricción en el momento $t = 0$,

$$q_0^* = \theta_{w,0}\theta_{f,0} - \frac{\gamma\delta}{2\lambda}\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2) + \frac{\gamma^2}{\lambda}\theta_{f,0} \geq 0 \leftrightarrow \delta\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2) \leq 2\gamma\theta_{f,0} + \frac{2\lambda}{\gamma}\theta_{w,0}\theta_{f,0}$$

$$k_0^* = \frac{\delta}{2\lambda}\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2) - \frac{\gamma}{\lambda}\theta_{f,0} \geq 0 \leftrightarrow \delta\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2) \geq 2\gamma\theta_{f,0}$$

Supuesto 1. *La condición sufiente que se debe cumplir para que* $(q_0^*, k_0^*) \in \mathbb{R}_+^2$ *es* $2\gamma\overline{\theta_{f,0}} \leq \delta\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2) \leq 2\gamma\underline{\theta_{f,0}} + \frac{2\lambda}{\gamma}\underline{\theta_{w,0}\theta_{f,0}}$.

En la misma línea de la restricción de no negatividad de la asignación, es necesario corroborar que la utilidad social (maximizada) sea mayor a la suma de las utilidades de reserva de los agentes.

Supuesto 2. *Una vez que el planificador tiene toda la información del primer período, es decir conoce* $(\theta_{w,0}, \theta_{f,0})$*, implementa la asignación óptima* (q_0^*, k_0^*) *y los pagos* $(p_{w,0}^*, p_{f,0}^*)$ *si y solo si*

$$\begin{aligned} U_0^* + \delta\mathbb{E}U_1^* = \sum_{i=w,f} v_i(q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0}) + \delta\mathbb{E}\sum_{i=w,f} v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{i,1}) \quad &\geq \quad \underline{U_0} + \delta\mathbb{E}\underline{U_1} = \underline{U_{w,0}} + \delta\mathbb{E}\underline{U_{w,1}} \\ \frac{1}{2}\theta_{w,0}\theta_{f,0}^2 + \frac{\gamma^2}{2\lambda}\theta_{f,0}^2 - \frac{\delta^2}{8\lambda}\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2)^2 + \delta\mathbb{E}\big(\frac{1}{2}\theta_{w,1}\theta_{f,1}^2\big) \quad &\geq \quad \beta\theta_{w,0} + \delta\beta\mathbb{E}\big(\theta_{w,1} \mid k_0^* = 0\big) \end{aligned}$$

De la misma manera, para que implemente (q_1^*, k_1^*) *y* $(p_{w,1}^*, p_{f,1}^*)$ *en el segundo período, debe verificarse*

$$\begin{aligned} U_1^* = \sum_{i=w,f,d} U_{i,1}^* = \sum_{i=w,f} v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{i,1}) \quad &\geq \quad \underline{U_1} = \sum_{i=w,f,d} \underline{U_{i,1}} = \underline{U_{w,1}} \\ \frac{1}{2}\theta_{w,1}\theta_{f,1}^2 \quad &\geq \quad \beta\theta_{w,1} \end{aligned}$$

En caso contrario el problema se reduce a que el planificador se asegure de que $(q_t^*, k_t^*) = (0,0)$, lo cual es factible al poder forzar su implementación[18]. De todas maneras, para poder verificar que se cumplen las desigualdades recién expuestas, es necesario que los jugadores revelen sus verdaderos tipos. De aquí en adelante supondremos que estas desigualdades se cumplen, de lo contrario el análisis del problema planteado no reviste interés alguno.

4.4. Pagos óptimos

Para encontrar estas asignaciones óptimas (el *primer mejor*) supusimos que el diseñador conocía los verdaderos tipos de los agentes en cada período. Sin embargo $\theta_{i,t}$ es información privada, por lo que debemos encontrar una regla de pagos tal que los agentes quieran revelar sus verdaderos tipos $(\theta_{w,t}, \theta_{f,t})$ en ambos períodos. Habiendo encontrado $\{(q^*, k^*)\} = \{(q_t^*, k_t^*)\}_{t=0}^1$ podemos construir estos pagos. Recordemos cómo era $p_{i,t}^*$,

$$p_{i,t}^* = \sum_{j \neq i} [v_j(q_{-i,t}^*, k_{-i,t}^*, \theta_{j,t}) - v_j(q_t^*, k_t^*, \theta_{j,t})] + \delta \mathbb{E}\left[V_{-i}(\theta_{t+1} \mid q_{-i,t}^*, k_{-i,t}^*, \theta_t) - V_{-i}(\theta_{t+1} \mid q_t^*, k_t^*, \theta_t)\right]$$

En nuestro escenario, con dos períodos y dos agentes, los pagos quedan expresados de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} p_{i,0}^* &= v_j(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{j,0}) - v_j(q_0^*, k_0^*, \theta_{j,0}) \\ &\quad + \delta \mathbb{E}\left[v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_0) - v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_0)\right] \\ p_{i,1}^* &= v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1}) - v_j(q_1^*, k_1^*, \theta_{j,1}) \end{aligned}$$

lo que significa que cada participante debe pagar al planificador el cambio que impone en la utilidad de su contraparte. Este pago en el período final ($t = 1$) tiene solo un componente, sin embargo en el primer período tiene dos componentes, uno estático y uno dinámico. El primero, tal como en un mecanismo VCG clásico, hace pagar al agente el daño o beneficio que le impone al resto de la sociedad en el período actual. En este caso, la diferencia entre la utilidad de reserva y la valoración cuando ambos participan $(v_j(q_{-i,t}^* = 0, k_{-i,t}^* = 0, \theta_{j,t}) - v_j(q_0^*, k_0^*, \theta_{j,0}))$. La segunda parte del pago corresponde a la externalidad que se materializa el período siguiente, es decir el cambio en la valoración en $t = 1$ del otro participante dado que i participa en t. Cuando la empresa no participa en t la externalidad provocada al trabajador en $t+1$ radica en que este no pudo capacitarse.

Dicho esto veamos primero los pagos del segundo período ($t = 1$):

$$\begin{aligned} p_{w,1}^* &= (0) - (\theta_{f,1} q_1^* + \frac{\lambda}{2}(k_1^*)^2) = -\theta_{w,1}\theta_{f,1}^2 \\ p_{f,1}^* &= (\beta\theta_{w,1}) - (-\frac{1}{2\theta_{w,1}}(q_1^* + \gamma k_1^*)^2) = \beta\theta_{w,1} + \frac{1}{2}\theta_{w,1}\theta_{f,1}^2 \end{aligned}$$

Como intuíamos el diseñador debe pagarle al trabajador (la participación del trabajador en el mecanismo permite producir ($q_1^* > 0$), lo cual aumenta el bienestar de la empresa) para que este tenga los incentivos correctos y no quiera sobre(sub)reportar su productividad. Lo contrario ocurre con la firma, a la cual el planificador le cobra por participar del mecanismo ya que este la beneficia y además su participación impone un costo al trabajador.

[18]Recordar que uno de los supuestos básicos del modelo es que el planificador tiene poder de *enforcement*.

Volviendo al primer período ($t = 0$), vemos que los pagos son los siguientes

$$
\begin{aligned}
p^*_{w,0} &= (0) - (\theta_{f,0} q^*_0 - \frac{\lambda}{2}(k^*_0)^2) + \delta \mathbb{E}\left[(0) - (0)\right] = -\theta_{w,0}\theta^2_{f,0} - \frac{\gamma^2}{2\lambda}\theta^2_{f,0} + \frac{\delta^2}{8\lambda}\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta^2_{f,1})^2 \\
p^*_{f,0} &= (\beta\theta_{w,0}) - (-\frac{1}{2\theta_{w,0}}(q^*_0 + \gamma k^*_0)^2) + \delta \mathbb{E}\left[(\beta\theta_{w,0}) - (\beta(1 + k^*_0)\theta_{w,0})\right] \\
&= \frac{1}{2}\theta_{w,0}\theta^2_{f,0} + \beta\theta_{w,0} - \delta\beta\mathbb{E}(\theta_{w,0})k^*_0
\end{aligned}
$$

Los pagos son distintos en el primer período porque ahí sí existe capacitación. Considerando que solo es posible otorgarla a través de la empresa y que esta aumenta la opción alternativa del trabajador en el próximo período, su pago al planificador disminuye. El trabajador en cambio no influye en las posibilidades de la empresa mañana: independiente de si participa o no en $t = 0$, la empresa mañana sin él no podrá producir ($\underline{U_{f,1}} = 0$), por lo que el único cambio en el pago respecto a $p^*_{w,1}$ radica en que debe pagarle a la empresa el costo de $k^*_0 > 0$.

4.5. Compatibilidad de incentivos

Una vez definida la asignación eficiente ($\{(q^*_t, k^*_t)\}_{t=0,1}$) y los pagos ($\{(p^*_{w,t}, p^*_{f,t})\}_{t=0,1}$), tenemos el mecanismo directo completamente definido. El procedimiento que sigue el diseñador es el siguiente: antes de comenzar el juego da a conocer las reglas del mecanismo (asignación y estructura de pagos) a los agentes, luego estos le envían un reporte de su productividad ($r_{w,0}$ y $r_{f,0}$) y por último el diseñador implementa ($q^*_0(r_{w,0}, r_{f,0}), k^*_0(r_{w,0}, r_{f,0})$) y ($p^*_{w,0}(r_{w,0}, r_{f,0}), p^*_{f,0}(r_{w,0}, r_{f,0})$). La Figura 1 muestra el orden de los sucesos para ambos períodos, incluyendo los momentos en que los agentes deben decidir su participación en el mecanismo.

Lo primero que debemos verificar entonces es que los agentes efectivamente revelen su verdadero tipo al planificador. Tal como definimos en la sección anterior, para cumplir con la compatibilidad de incentivos debemos encontrar que

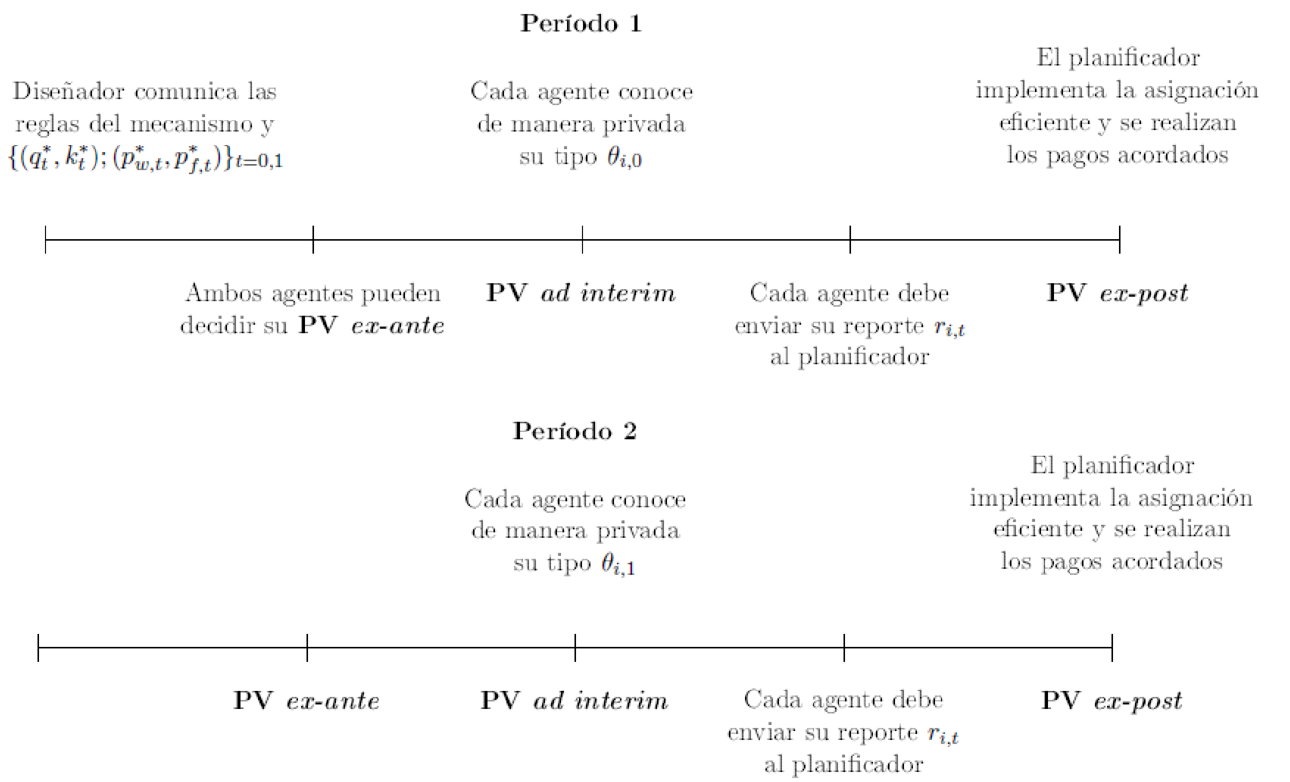
$$
\begin{aligned}
r_{i,1} = \theta_{i,1} &= argmax\ U_{i,1}(q^*_1(r_{i,1}, r_{j,1}), k^*_1(r_{i,1}, r_{j,1}), \theta_{i,1}) \\
r_{i,0} = \theta_{i,0} &= argmax\left[U_{i,0}(q^*_0(r_{i,0}, r_{j,0}), k^*_0(r_{i,0}, r_{j,0}), \theta_{i,0}) + \delta\mathbb{E}U_{i,1}(q^*_1(r_{i,1}, r_{j,1}), k^*_1(r_{i,1}, r_{j,1}), \theta_{i,1})\right]
\end{aligned}
$$

Como esperábamos, los pagos permiten implementar la asignación eficiente ya que tanto trabajador, como empresa revelan su verdadero tipo en ambos períodos ($r_{i,t} = \theta_{i,t}\ (\forall i)(\forall t)$). Esto se logra porque los pagos están construidos para que cada agente quiera de manera privada maximizar el bienestar de la sociedad. Para corroborarlo notemos que la función objetivo privada para ambos en $t = 1$ es

$$
\begin{aligned}
U_{i,1} &= v_i(q^*_1(r_{i,1}, r_{j,1}), k^*_1(r_{i,1}, r_{j,1}), \theta_{i,1}) - p^*_{i,1}(r_{i,1}, r_{j,1}) \\
&= \sum_{i=w,f} v_i(q^*_1(r_{i,1}, r_{j,1}), k^*_1(r_{i,1}, r_{j,1}), \theta_{i,1}) - v_j(q^*_{-i,1}, k^*_{-i,1}, \theta_{j,1})
\end{aligned}
$$

donde $v_j(q^*_{-i,1}, k^*_{-i,1}, \theta_{j,1})$ no depende de los reportes porque $(q^*_{-i,1}, k^*_{-i,1}) = (0, 0)$, por lo que se cum-

Figura 1: Orden de los sucesos



ple $r_{i,1} = \theta_{i,1} = argmax\ U_1(q_1^*(r_{i,t}, r_{j,t}), k_t^*(r_{i,t}, r_{j,t}), \theta_{i,t})$. En $t = 0$ los agentes buscan maximizar

$$\begin{aligned}
U_{i,0} + \delta \mathbb{E} U_{i,1} &= v_i(q_0^*(r_{i,0}, r_{j,0}), k_0^*(r_{i,0}, r_{j,0}), \theta_{i,0}) - p_{i,0}^*(r_{i,0}, r_{j,0}) + \delta \mathbb{E}(U_{i,1} \mid r_{i,1} = \theta_{i,1}) \\
&= \sum_{i=w,f} v_i(q_0^*(r_{i,0}, r_{j,0}), k_0^*(r_{i,0}, r_{j,0}), \theta_{i,0}) - v_j(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{j,0}) \\
&\quad -\delta \mathbb{E}\left[v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_0) - v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1} \mid q_0^*(r_{i,0}, r_{j,0}), k_0^*(r_{i,0}, r_{j,0}), \theta_0)\right] \\
&\quad +\delta \mathbb{E}[\sum_{i=w,f} v_i(q_1^*(r_{i,1}, r_{j,1}), k_1^*(r_{i,1}, r_{j,1}), \theta_{i,1}) - v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1})] \\
&= \sum_{i=w,f} v_i(q_0^*(r_{i,0}, r_{j,0}), k_0^*(r_{i,0}, r_{j,0}), \theta_{i,0}) + \delta \mathbb{E}[\sum_{i=w,f} v_i(q_1^*(r_{i,1}, r_{j,1}), k_1^*(r_{i,1}, r_{j,1}), \theta_{i,1})] \\
&\quad -v_j(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{j,0}) - \delta \mathbb{E}[v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_0)]
\end{aligned}$$

donde $v_j(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{j,0})$ y $\delta \mathbb{E}[v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_0)]$ tampoco dependen de los reportes, por lo que nuevamente los agentes deciden reportar su verdadero tipo y con esto el diseñador puede implementar la asignación que maximiza la utilidad de la sociedad. De este análisis se desprende la Proposición 1.

Proposición 1. *El mecanismo descrito por la asignación* $\{(q_t^*, k_t^*)\}_{t=0,1}$ *y los pagos* $\{p_{w,t}^*, p_{f,t}^*\}_{t=0,1}$ *es compatible en incentivos* $(\forall r_{-i,t})(\forall i)(\forall t)$.

Que los pagos sean compatibles en incentivos sin embargo, no nos garantiza que los agentes deseen participar voluntariamente del mecanismo. Lo que sí permite es calcular sus utilidades considerando que sus reportes coincidirán siempre con sus verdaderos tipos pues no hay mensaje alguno que les permita alcanzar un mayor nivel de utilidad.

4.6. Participación voluntaria

Que se cumpla la restricción de PV es indispensable porque si bien el planificador puede verificar que se implemente la asignación acordada, no puede obligar a los agentes a participar del mecanismo si estos preven que reducirá su bienestar. En este sentido, según la definición de participación voluntaria que usemos, trabajador y firma calcularán su utilidad luego de que el diseñador les comunique $\{(q_t^*, k_t^*)\}_{t=0,1}$ y $\{(p_{w,t}^*, p_{f,t}^*)\}_{t=0,1}$ (PV *ex-ante*), o luego de conocer su propia productividad $\theta_{i,t}$ y antes de conocer la productividad del otro agente $\theta_{-i,t}$ (PV *ad interim*), o luego de darse a conocer toda la información del período en cuestión (PV *ex-post*)[19]. Si los agentes tienen la posibilidad de elegir cuándo retirarse (*ex-ante, ad interim o ex-post*), claramente nunca se retirarán antes de conocer toda la información, por lo que en este escenario siempre verificarán que se cumpla la condición de PV *ex-post*.

Antes de entrar de lleno en las restricciones de participación voluntaria del modelo, recordemos que si alguno decide no participar en el primer período tampoco podrá hacerlo en el segundo. Dado que en nuestro modelo existe solo una empresa y un trabajador, si cualquiera de los dos decide no participar en $t = 0$ se termina automáticamente el juego, pues en presencia de un solo agente no hay información que revelar, ni asignación eficiente que decidir. Es por esto que es crucial lograr satisfacer la PV para ambos agentes, en particular en el primer período. Desde el comienzo de la interacción ambos agentes conocen cómo serán las asignaciones y los pagos para ambos períodos, por lo que con esta información en $t = 0$ deben verificar[20]

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\Big(U_{i,0} + \delta \mathbb{E} U_{i,1}\Big) &\geq \mathbb{E}\Big(\underline{U_{i,0}} + \delta \mathbb{E} \underline{U_{i,1}}\Big) \\ \mathbb{E}\Big(\sum_{t=0,1} \delta^t [v_i(q_t^*, k_t^*, \theta_{i,t}) - p_{i,t}^*]\Big) &\geq \mathbb{E}\Big(v_i(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}) + \delta v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid (q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}))\Big) \end{aligned}$$

Luego, incluyendo los pagos propuestos[21], la restricción de participación voluntaria para el primer

[19] En ninguna de las tres definiciones conocen las productividades del siguiente período $(\theta_{i,t+1}, \theta_{-i,t+1})$. Lo que sí siempre conocen son las distribuciones de probabilidad de $\theta_{i,t}$ y $\theta_{-i,t}$, $\forall t$. En este sentido, antes de que la empresa revele su tipo $r_{f,0} = \theta_{f,0}$ (y este sea infromación pública), la empresa conoce mejor la distribución de probabilidad de la productividad del trabajador para $t = 1$ porque $\theta_{w,1} \sim (1 + k_0^*)U[\underline{\theta_w}, \overline{\theta_w}]$ y $k_0^* = \frac{\delta}{2\lambda}\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2) - \frac{\gamma}{\lambda}\theta_{f,0}$

[20] Notar que por cómo está expresada la restricción de participación esta puede interpretarse como *ex-ante, ad interim o ex-post*. Recordar que lo único que cambia es la información disponible a la hora de calcular las esperanzas.

[21] Recordar que en el modelo de dos períodos los pagos son $p_{i,0}^* = [v_j(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{j,0}) - v_j(q_0^*, k_0^*, \theta_{j,0})] + \delta \mathbb{E}[v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{j,0}) - v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{j,0})]$ y $p_{i,1}^* = [v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1}) - v_j(q_1^*, k_1^*, \theta_{j,1})]$.

período es

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}\quad & \Big(v_i(q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0}) - v_j(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{j,0}) + v_j(q_0^*, k_0^*, \theta_{j,0}) \\
& -\delta \mathbb{E} v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{j,0}) + \delta \mathbb{E} v_j(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{j,0})] \\
& +\delta \mathbb{E} v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{i,1}) - \delta v_j(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{j,0}) + \delta \mathbb{E} v_j(q_1^*, k_1^*, \theta_{j,1}) \\
& -v_i(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}) - \delta \mathbb{E} v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid (q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}))\Big) \geq 0 \\
\mathbb{E}\quad & \Big(\sum_{i=w,f} \big[v_i(q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0})\big] \\
& +\delta \mathbb{E} \sum_{i=w,f} \big[v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{i,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0})\big]\Big) \geq 0
\end{aligned}$$

Es necesario notar que las utilidades de reserva son difierentes para cada agente. Mientras la empresa no tiene una alternativa al mecanismo[22], el trabajador es capaz de ofrecer su trabajo en el mercado laboral y ganar (neto del esfuerzo realizado) un porcentaje β de su productividad[23]. Sin perjuicio de lo anterior, ambos incluyen la utilidad de reserva del otro agente en el pago que realizan al planificador por lo que a pesar de tener opciones alternativas distintas, ambas restricciones de PV *ex-ante* y *ex-post* son iguales.

Luego de finalizado el primer período ambos deben decidir si continuar participando, por lo cual se debe verificar

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}\big(v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{i,1}) - p_{i,1}^*\big) \geq \mathbb{E}\big(v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1}) \mid (q_0^*, k_0^*, \theta_{w,0}))\big) \quad (\forall i) \\
& \mathbb{E} \sum_{i=w,j} \big[v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{i,1}) - v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{j,1})\big] \geq 0 \quad (\forall i)
\end{aligned}$$

Notamos que nuevamente las restricciones de PV *ex-ante* y *ex-post* son iguales e incluyen las opciones alternativas de ambos agentes. De esta manera para que los agentes quieran participar del mecanismo, en ambos períodos, la suma de sus utilidades debe superar la suma de las utilidades de reserva. Con esto verificamos que los pagos logran el objetivo propuesto: cada agente internaliza el cambio que provoca en el resto y en consecuencia buscando maximizar su utilidad privada logra maximizar la utilidad social. En este sentido, al aumentar la utilidad que tiene fuera del mecanismo alguno de los dos, se hace más difícil la participación de ambos, no solo del que vió mejorar su utilidad de reserva, por lo que cada agente querrá participar del mecanismo si y solo si espera que este traiga consigo un mayor bienestar a la sociedad en su conjunto.

Anteriormente habíamos hecho el supuesto de que el planificador, disponiendo de toda la información del período, considera esta misma restricción. Por lo tanto, del Supuesto 2 concluimos que el planificador debe verificar que se cumpla la restricción de PV *ex-post* en cada período. Este es un resultado fundamental, pues de implementarse el mecanismo los agentes siempre querrán participar

[22] Esto implica que $\underline{U_f} = v_f(q_{-f,0}^*, k_{-f,0}^*, \theta_{f,0}) = v_f(q_{-f,1}^*, k_{-f,1}^*, \theta_{f,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{f,0}) = v_f(q_{-f,1}^*, k_{-f,1}^*, \theta_{f,1} \mid q_{-f,0}^*, k_{-f,0}^*, \theta_{f,0}) = 0$.

[23] Por lo que su utilidad de reserva cambia con la capacitación del primer período. Así sus opciones alternativas son $v_w(q_{-w,0}^*, k_{-w,0}^*, \theta_{w,0}) = \beta\theta_{w,0}$ en $t = 0$ y $\mathbb{E} v_w(q_{-w,1}^*, k_{-w,1}^*, \theta_{w,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{w,0}) = \beta\mathbb{E}(\theta_{w,1} \mid k_0^*)$ o $\mathbb{E} v_w(q_{-w,1}^*, k_{-w,1}^*, \theta_{w,1} \mid q_{-w,0}^*, k_{-w,0}^*, \theta_{w,0}) = \beta\mathbb{E}(\theta_{w,1} \mid k_0 = 0) \leq \beta\mathbb{E}(\theta_{w,1} \mid k_0^*)$ en $t = 1$, si se capacitó o no, respectivamente.

al ser la PV *ex-ante* y *ad interim* definiciones menos exigentes que la PV *ex-post*[24]. Esto da origen a la Proposición 2.

Proposición 2. *Siempre que el planificador implemente la asignación* $\{(q_t^*, k_t^*)\}_{t=0,1}$ *y los pagos* $\{p_{w,t}^*, p_{f,t}^*\}_{t=0,1}$ *será porque esto maximiza la utilidad social ex-post, lo que a su vez implica que tanto para la empresa como para el trabajador será óptimo participar del mecanismo pues se cumplirá siempre la restricción de PV ex-post para ambos.*

Para finalizar el análisis de la PV e ilustrar cómo afectan a esta los parámetros del modelo, usamos las valoraciones y funciones de probabilidad dadas al comienzo de esta sección y calculamos las restricciones para ambos momentos del tiempo. Así verificamos que las restricciones de PV *ex-post* de ambos agentes son iguales en el primer y segundo período, y coinciden con las restricciones que se impone el planificador para implementar la asignación eficiente en $t = 0$ y $t = 1$, respectivamente:

$$\frac{1}{2}\theta_{w,0}\theta_{f,0}^2 + \frac{\gamma^2}{2\lambda}\theta_{f,0}^2 - \frac{\delta^2}{8\lambda}\mathbb{E}(\theta_{w,0}\theta_{f,1}^2)^2 - \beta\theta_{w,0} + \delta\left(\mathbb{E}\left(\frac{1}{2}\theta_{w,1}\theta_{f,1}^2\right) - \beta\mathbb{E}\left(\theta_{w,1} \mid k_0^* = 0\right)\right) \geq 0$$
$$\frac{1}{2}\theta_{w,1}\theta_{f,1}^2 - \beta\theta_{w,1} \geq 0$$

A partir de estas restricciones también corroboramos nuestra intuición inicial: a medida que aumenta β se dificulta la participación voluntaria de ambos agentes, ya que el trabajador tendrá una mayor utilidad de reserva y la empresa para lograr retener al trabajador deberá pagarle ese incremento al planificador. Notemos que en particular cuando no existe capacitación (como en el segundo período) y $\beta = 0$ siempre convendrá participar del mecanismo. Ahora bien, cuando se decide capacitar al trabajador, ambos querrán participar si y solo si preveen que las ganancias por el aumento en productividad en $t = 1$ superan a los costos incurridos en $t = 0$.

4.7. Presupuesto equilibrado

Lo último que falta por verificar es si el mecanismo propuesto logra autofinanciarse en cada período, es decir si cumple con la restricción de presupuesto equilibrado. En términos generales esto se cumple *ex-post* para $t = 0$ y $t = 1$ cuando[25]

$$\begin{aligned}
\sum_{i=w,f} p_{i,0}^* &= \sum_{i=w,f} \left[v_i(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0})\right] \\
&\quad + \delta\mathbb{E}\sum_{i=w,f} \left[v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0})\right] \geq 0 \\
\sum_{i=w,f} p_{i,1}^* &= \sum_{i=w,f} \left[v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{i,1})\right] \geq 0
\end{aligned}$$

De donde surge la tercera proposición.

Proposición 3. *El mecanismo descrito por* $\{(q_t^*, k_t^*)\}_{t=0,1}$ *y* $\{(p_{w,t}^*, p_{f,t}^*)\}_{t=0,1}$*, que es compatible*

[24]Como mencionamos al describir la PV, lo más común en la literatura de diseño de mecanismos es analizar PV *ex-ante* y *ad interim*, porque generalmente a la hora de decidir participar cada agente conoce a lo más su propia productividad. Ahora bien, si tenemos la posibilidad de satisfacer la restricción de participación voluntaria más exigente, la PV *ex-post*, entonces no es necesario verificar las definiciones anteriores pues PV *ex-post* $\Rightarrow$ PV *ad interim* $\Rightarrow$ PV *ex-ante*.

[25]Notar que $(q_{-i,t}^*, k_{-i,t}^*) = (q_{-j,t}^*, k_{-j,t}^*)$.

en incentivos y cumple con la restricción de participación voluntaria ex-post, siempre presenta presupuesto deficitario en $t = 1$ y presentará déficit en $t = 0$ cuando [PV0]$\geq$ $\delta\mathbb{E}$[PV1].

Para demostrar esta proposición, lo primero que debemos notar es que la restricción de PE *ex-post* en $t = 1$ es el opuesto aditivo de la restricción de PV *ex-post* para el mismo período, por lo que son excluyentes a menos que ambas se cumplan con igualdad (estén activas)[26]. Esto corrobora nuestra intuición inicial de que la restricción de PE y la de PV son contrapuestas. Examinando los pagos del primer período, vemos que sucede algo similar,

$$[\text{PE0}] = -[\text{PV0}] + \delta\mathbb{E}\Big[\sum_{i=w,f}\big[v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{j,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{j,0}) - v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{j,0})\big]\Big]$$

donde [PE0] denota la restricción de PE *ex-post* para $t = 0$ y [PV0] la de PV *ex-post* para el mismo período. De la Proposición 2 sabemos que [PV0]≥ 0 y que [PV1]$= \sum_{i=w,f}\big(v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{j,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{j,0}) - v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{j,0})\big) \geq 0$, por lo que en el segundo período el mecanismo es deficitario cuando [PV0]$\geq$ $\delta\mathbb{E}$[PV1].

De esta manera, dada la estructura de pagos propuesta, las restricciones de participación voluntaria y presupuesto equilibrado son casi imposibles de satisfacer al mismo tiempo. Ahora bien, podemos realizar ajustes en los pagos y ver si en algún escenario es posible satisfacer PV y PE *ex-post*. Para esto imponemos que alguna de las restricciones quede sin holgura y con esto examinamos nuevamente la restricción que dejamos libre. De ser esto posible podríamos o extraerle todo el excedente a los agentes (PV *ex-post*=0) o alcanzar siempre el primer mejor sin necesidad de financiamiento externo (PE *ex-post*=0). Cualquiera de estas imposiciones, sin embargo, viola la restricción de compatibilidad de incentivos porque el término que agregamos a los nuevos pagos depende del reporte de ambos, lo que distorciona los incentivos[27]. Dicho esto y considerando la mayor relevancia de la restricción de participación voluntaria, haremos el ejercicio propuesto pero bajo la definición *ex-ante*, es decir considerando que los agentes deben tomar la decisión de participar del mecanismo antes de conocer su productividad $\theta_{i,t}$. De esta manera los nuevos pagos serán $p_{i,t} = p_{i,t}^* + c_t$, donde c_t es una constante que permite dejar sin holgura la restricción de participación *ex-ante* para ambos agentes. Revisando la restricción de participación voluntaria, las constantes que agregamos a los pagos son

$$\begin{aligned}
c_0 &= \mathbb{E}\Big(\sum_{i=w,f}\big[v_i(q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0})\big] \\
&\quad + \delta\sum_{i=w,f}\big[v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0})\big]\Big) \\
c_1 &= \mathbb{E}\sum_{i=w,f}\big[v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{i,1}) - v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0})\big]
\end{aligned}$$

[26] En $t = 1$, PE *ex-post* $\geq 0 \leftrightarrow$ PV *ex-post* ≤ 0.

[27] Cuando imponemos al mecanismo que alguna de las restricciones mencionadas se cumpla sin hogura a todo evento, la compatibilidad de incentivos se cumple solo en ciertos casos muy particulares. Por ejemplo, cuando PV *ex-post*=0 o PE *ex-post*=0 para el trabajador $r_{w,1} = \big(\frac{1}{2} + \frac{\beta}{r_{f,1}^2}\big)\theta_{w,1}$, por lo que $r_{w,1} = \theta_{w,1} \leftrightarrow r_{f,1}^2 = 2\beta$.

Con lo que el presupuesto en cada período considerando estos nuevos pagos es

$$\begin{aligned}
\sum_{i=w,f} p_{i,0} &= \sum_{i=w,f} p^*_{i,0} + 2c_0 = \sum_{i=w,f} \left[v_i(q^*_{-i,0}, k^*_{-i,0}, \theta_{i,0}) - v_i(q^*_0, k^*_0, \theta_{i,0})\right] \\
&\quad +2\mathbb{E} \sum_{i=w,f} \left[v_i(q^*_0, k^*_0, \theta_{i,0}) - v_i(q^*_{-i,0}, k^*_{-i,0}, \theta_{i,0})\right] \\
&\quad +\delta\mathbb{E} \sum_{i=w,f} \left[v_i(q^*_{-i,1}, k^*_{-i,1}, \theta_{i,1} \mid q^*_0, k^*_0, \theta_{i,0}) - v_i(q^*_{-i,1}, k^*_{-i,1}, \theta_{i,1} \mid q^*_{-i,0}, k^*_{-i,0}, \theta_{i,0})\right] \\
\sum_{i=w,f} p_{i,1} &= \sum_{i=w,f} p^*_{i,1} + 2c_1 = \sum_{i=w,f} \left[v_i(q^*_{-i,1}, k^*_{-i,1}, \theta_{i,1} \mid q^*_0, k^*_0, \theta_{i,0}) - v_i(q^*_1, k^*_1, \theta_{i,1})\right] \\
&\quad +2\mathbb{E} \sum_{i=w,f} \left[v_i(q^*_1, k^*_1, \theta_{i,1}) - v_i(q^*_{-i,1}, k^*_{-i,1}, \theta_{i,1} \mid q^*_0, k^*_0, \theta_{i,0})\right]
\end{aligned}$$

Si analizamos estas nuevas restricciones *ex-ante*, es decir en valor esperado, podemos notar que en $t = 0$ el presupuesto es el opuesto aditivo de lo encontrado con los pagos anteriores ($\mathbb{E}[\text{PE0}]_{nueva} = -\mathbb{E}[\text{PE0}]$). Lo mismo sucede en $t = 1$ con el presupuesto esperado dada la nueva estructura de pagos ($\mathbb{E}[\text{PE1}]_{nueva} = -\mathbb{E}[\text{PE1}]$). De este resultado surge la proposición 4.

Proposición 4. *El mecanismo descrito por la asignación* $\{(q^*_t, k^*_t)\}_{t=0,1}$ *y los pagos* $\{(p_{w,t}, p_{f,t})\}_{t=0,1}$ *es compatible en incentivos, satisface la restricción de participación voluntaria ex-ante sin holgura y presenta en esperanza presupuesto equilibrado en ambos períodos si* $\mathbb{E}[\text{PV0}] \geq \delta\mathbb{E}[\text{PV1}]$.

4.8. Presupuesto total equilibrado

Una manera alternativa de definir la restricción de presupuesto equilibrado es considerando que existe la posibilidad de endeudarse en un período, siempre y cuando el superávit del otro período a lo menos cubra, en valor presente, el monto de la deuda. En este sentido, supondremos que el diseñador tiene acceso al mercado crediticio y que la tasa de interés es igual a la tasa de descuento de los agentes, δ. Con todo esto podremos calcular la nueva restricción de presupuesto bajo las dos estructuras de pagos propuestas anteriormente. Veremos primero si se satisface la restricción de presupuesto total equilibrado con $\{(p^*_{w,t}, p^*_{f,t})\}_{t=0,1}$ y luego con los pagos $\{(p_{w,t}, p_{f,t})\}_{t=0,1}$, que son los que dejan activa por construcción la restricción de participación voluntaria *ex-ante* para ambos agentes.

Considerando los pagos $\{(p^*_{w,t}, p^*_{f,t})\}_{t=0,1}$ la recaudación total del mecanismo es

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1,2} \delta^t \sum_{i=w,f} p^*_{i,t} &= \sum_{i=w,f} \left[v_i(q^*_{-i,0}, k^*_{-i,0}, \theta_{i,0}) - v_i(q^*_0, k^*_0, \theta_{i,0})\right] \\
&\quad +\delta\mathbb{E} \sum_{i=w,f} \left[v_i(q^*_{-i,1}, k^*_{-i,1}, \theta_{i,1} \mid q^*_{-i,0}, k^*_{-i,0}, \theta_{i,0}) - v_i(q^*_{-i,1}, k^*_{-i,1}, \theta_{i,1} \mid q^*_0, k^*_0, \theta_{i,0})\right] \\
&\quad +\delta\mathbb{E} \sum_{i=w,f} \left[v_i(q^*_{-i,1}, k^*_{-i,1}, \theta_{i,1} \mid q^*_0, k^*_0, \theta_{i,0}) - v_i(q^*_1, k^*_1, \theta_{i,1})\right] \\
&= \sum_{i=w,f} \left[v_i(q^*_{-i,0}, k^*_{-i,0}, \theta_{i,0}) - v_i(q^*_0, k^*_0, \theta_{i,0})\right] \\
&\quad +\delta\mathbb{E} \sum_{i=w,f} \left[v_i(q^*_{-i,1}, k^*_{-i,1}, \theta_{i,1} \mid q^*_{-i,0}, k^*_{-i,0}, \theta_{i,0}) - v_i(q^*_1, k^*_1, \theta_{i,1})\right]
\end{aligned}$$

lo que es exactamente lo contrario que la restricción de participación voluntaria *ex-post* para $t = 0$. Dado el Supuesto 2, siempre se cumple PV *ex-post*, por lo que el presupuesto total, dados los pagos originales, será siempre deficitario.

Proposición 5. *El mecanismo descrito por* $\{(q_t^*, k_t^*)\}_{t=0,1}$ *y* $\{(p_{w,t}^*, p_{f,t}^*)\}_{t=0,1}$*, que es compatible en incentivos y cumple con la restricción de participación voluntaria ex-post, siempre requerirá de financiamiento externo para su implementación pues presenta presupuesto total deficitario.*

Veamos si con la nueva estructura de pagos $\{(p_{w,t}, p_{f,t})\}_{t=0,1}$ es posible costear el mecanismo de manera interna,

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1,2} \delta^t \sum_{i=w,f} p_{i,t}^* + c_t \quad = \quad & \sum_{i=w,f} \left[v_i(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0}) \right] \\
& + \delta \mathbb{E} \sum_{i=w,f} \left[v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{i,1}) \right] \\
& + 2\mathbb{E} \sum_{i=w,f} \left[v_i(q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}) \right] \\
& + 2\delta \mathbb{E} \sum_{i=w,f} \left[v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{i,1}) - v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}) \right] \\
= \quad & 2\mathbb{E} \sum_{i=w,f} \left[v_i(q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}) \right] \\
& - \sum_{i=w,f} \left[v_i(q_0^*, k_0^*, \theta_{i,0}) - v_i(q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}) \right] \\
& + \delta \mathbb{E} \sum_{i=w,f} \left[v_i(q_1^*, k_1^*, \theta_{i,1}) - v_i(q_{-i,1}^*, k_{-i,1}^*, \theta_{i,1} \mid q_{-i,0}^*, k_{-i,0}^*, \theta_{i,0}) \right]
\end{aligned}$$

Notemos que lo único que cambia respecto al caso inicial es que le agregamos las constantes $(2c_o+2c_1)$ al presupuesto total, lo que equivale a sumar dos veces la PV *ex-ante* de $t = 0$ (inicial[28]) a la restricción anterior. De esta manera, si antes teníamos que la suma de los pagos era igual al opuesto de la PV *ex-post* del primer período, ahora la suma de los nuevos pagos muy probablemente sea mayor a cero[29], con lo que habríamos cumplido nuestro objetivo de tener un mecanismo balanceado en presupuesto intertemporalmente. En caso de no ser cierto lo anterior, de todas maneras el mecanismo cumplirá con la condición de presupuesto total equilibrado *ex-ante*, porque el valor esperado de la suma de los nuevos pagos ($\mathbb{E} \sum_{t=1,2} \delta^t \sum_{i=w,f} p_{i,t}$) será igual a la restricción de PV de $t = 0$ *ex-ante* (Proposición 6).

Proposición 6. *El mecanismo descrito por la asignación* $\{(q_t^*, k_t^*)\}_{t=0,1}$ *y los pagos* $\{(p_{w,t}, p_{f,t})\}_{t=0,1}$ *es compatible en incentivos y satisface las restricciones de participación voluntaria ex-ante y presupuesto total equilibrado ex-ante. Más aún, si* $2\mathbb{E}[\mathrm{PV0}] \geq [\mathrm{PV0}]$*, entonces también cumple con la restricción de presupuesto total equilibrado ex-post.*

Para finalizar el análisis del modelo podemos definir un indicador íntimamente ligado a la restricción de presupuesto total, el precio de primer mejor:

[28] Es decir la restricción de participación voluntaria calculada con los pagos $\{(p_{w,t}^*, p_{f,t}^*)\}_{t=0,1}$.

[29] A medida que la distribución de probabilidad acumule más masa antes de la media, $\Delta^+ F(x \leq \overline{X})$, aumenta la probabilidad de que el balance sea superavitario.

Definición 9. Precio de primer mejor: *Un mecanismo que permite alcanzar la asignación eficiente, también conocida como primer mejor, y que satisface compatibilidad de incentivos y participación voluntaria, tiene un costo (excedente) para la sociedad llamado precio de primer mejor, el cual corresponde al dinero requerido (sobrante) para lograr satisfacer las restricciones recién mencionadas.*

En nuestro caso, $\sum_{t=1,2} \delta^t \sum_{i=w,f} p_{i,t}$ corresponde al precio de primer mejor del mecanismo descrito por $\{(q_t^*, k_t^*)\}_{t=0,1}$ y $\{(p_{w,t}, p_{f,t})\}_{t=0,1}$, el cual cumple con PV *ex-ante*, y $\sum_{t=1,2} \delta^t \sum_{i=w,f} p_{i,t}^*$ corresponde al precio de primer mejor del mecanismo descrito por $\{(q_t^*, k_t^*)\}_{t=0,1}$ y $\{(p_{w,t}^*, p_{f,t}^*)\}_{t=0,1}$, el cual cumple con PV *ex-post*. Este indicador también puede ser usado para el análisis de otros modelos que cumplan con los mismos objetivos que los mecanismos descritos en este trabajo. Con esto es posible comparar el costo que tiene para la sociedad alcanzar la asignación eficiente desde distintas aproximaciones.

5. Conclusiones

El modelo presentado en este trabajo nos ayuda a entender mejor la dinámica que introduce la capacitación en los contratos laborales. En primer lugar, la capacitación al tener costos presentes y beneficios futuros trae consigo dos desafíos: lograr niveles eficientes de inversión en capacitación y mantener el vínculo contractual para que quienes realizaron la inversión puedan disfrutar de sus beneficios. En este sentido el problema dinámico es muy distinto al estático, pues si los agentes fueran miopes no habría capacitación; en cambio cuando la relación contractual se mantiene en el tiempo, ambos pueden apropiarse de las ganancias que la capacitación genera. Todo lo demás constante, la capacitación aumentará la utilidad del trabajador porque requerirá de menos esfuerzo para realizar el mismo trabajo y a su vez, este aumento en productividad, también permitirá a la empresa aumentar su utilidad ya sea porque deberá pagarle menos al planificador o porque ganará más de lo que deberá compensar al trabajador por aumentar las horas de trabajo en $t = 1$ (al ser menor la externalidad negativa que le impone al trabajador). Considerando esto, la capacitación aumenta a medida que valoremos más el futuro y a medida que se prevea una mayor productividad para el siguiente período. Por el contrario, si la productividad de la empresa es muy alta en $t = 0$, convendrá aprovechar el buen momento para producir más y capacitar menos, ya que la productividad de la empresa es una variable aleatoria (sin persistencia) y nada asegura que se mantenga alta el próximo período.

Si comparamos la asignación eficiente con la privada (cuando no existe información asimétrica y la firma ofrece un contrato directamente al trabajador), podemos notar que la capacitación elegida por la empresa será siempre menor a la eficiente y por ende el primer período se trabajará más que el óptimo, lo que a su vez perjudica la producción esperada para $t = 1$. Este resultado coincide con lo encontrado en parte importante de la literatura, donde las políticas de ascenso suelen ser subóptimas, lo que a su vez desincentiva la inversión en capacitación. La explicación que se encuentra a este fenómeno es que la ganancia en productividad de los trabajadores aumenta las posibilidades que estos tienen en el resto del mercado laboral, por lo que se dificulta su retención en la empresa que realizó la inversión en el primer período.

De lo anterior notamos la importancia de analizar detalladamente las restricciones de compatibilidad de incentivos (para encontrar la asignación eficiente el planificador necesita que los agentes le comuniquen sus verdaderas productividades) y de participación voluntaria (es fundamental asegurar que en $t = 1$ ambos quieran volver a participar del mecanismo). Para analizar la restricción de participación voluntaria incluimos las opciones alternativas de ambos agentes. Consideramos que la alternativa de la empresa al mecanismo es constante, por lo que sin pérdida de generalidad la hicimos igual a cero, y que la utilidad de reserva del trabajador depende de su productividad y de un parámetro β que representa el porcentaje que el mercado laboral observa o valora de esta. Considerando sus utilidades de reserva y luego de conocidos los pagos y asignaciones eficientes, los agentes calculan su utilidad y le comunican su productividad al planificador. El mecanismo planteado logra que los agentes siempre revelen su verdadera productividad al planificador, porque la utilidad privada de cada uno será siempre igual a la utilidad social. Esto se logra mediante la estructura de pagos descrita, la cual cobra a cada agente su valoración privada menos su contribución marginal a la sociedad. De esta manera, al aumentar β aumenta el costo de oportunidad de trabajador y el pago de la empresa, por lo que disminuyen las posibilidades de lograr que ambos agentes participen voluntariamente del mecanismo. Finalmente, de este resultado surge la conclusión más importante del trabajo: el diseñador implementa el mecanimo si y solo si la utilidad social esperada supera a la utilidad de reserva esperada, por lo que siempre que sea eficiente concretar el vínculo laboral ambos agentes estarán dispuestos a participar (*ex-post*).

Si bien los pagos propuestos son compatibles en incentivos y logran satisfacer la restricción de participación voluntaria ex-post, no logran que el mecanismo se autofinancie. Este último resultado es contrario a lo encontrado por Bergemann y Välimäki. La explicación es sencilla y puede ilustrarse a través del típico caso de análisis de la literatura de diseño de mecanismos: la subasta. En ese entorno, el mecanismo dinámico descrito por Bergeman y Välimäki genera excedente todos los períodos, pues en el óptimo solo la persona a la que se le asigna el objeto debe pagar. Sin embargo no sucede lo mismo cuando un agente, en nuestro caso el trabajador, valora negativamente la asignación y exige un pago de parte del planificador para participar del mecanismo y renunciar a su utilidad de reserva. En este sentido, el pago que hace el planificador al trabajador en general excede al pago que hace la empresa al planificador, lo que implica que el mecanismo requiere de financimiento externo. Más aún, examinando la restricción de presupuesto total equilibrado, encontramos que siempre que sea eficiente implementar el mecanismo, y por lo tanto se satisfaga PV *ex-post*, la suma de los pagos de ambos períodos será igual al opuesto aditivo de esta restricción, es decir siempre requerirá de un tercero que lo financie.

Por último, en busca de lograr un presupuesto equilibrado, establecimos una nueva estructura de pagos. Para no alterar la compatibilidad de incentivos, sumamos constantes a los pagos tal que la restricción de participacińn voluntaria *ex-ante* se cumpliera sin holgura. Si con los pagos propuestos inicialmente el mecanismo no lograba autofinanciarse en ningún período, con los nuevos pagos esto se revierte en valor esperado. Bajo la definición de presupuesto total equilibrado la conclusión es inequívoca: siempre que el planificador implemente la asignación eficiente y la nueva regla de pagos, el mecanismo cumplirá con la restricción de presupuesto total equilibrado *ex-ante*. Más aún, si el valor esperado de la diferencia entre el valor presente de la utilidad social y el valor presente de la utilidad de reserva supera al valor de la misma diferencia luego de conocida toda la información del primer período, entonces el nuevo mecanismo también cumple con la restricción de presupuesto total equilibrado *ex-post*.

Queda abierta la puerta para investigar maneras alternativas de aproximarse al primer mejor en escenarios donde no es posible disponer de un planificador. Si bien el principal objetivo del presente trabajo era ayudar a entender las tensiones propias de los contratos laborales con capacitación en contextos dinámicos, creemos que puede servir de referencia para estos casos. En particular, el *precio de primer mejor* es una herramienta que permite medir cuan costoso es para la sociedad alcanzar el resultado eficiente independiente del camino utilizado para ello.

Referencias

- Arrow, K. (1979). The property rights doctrine and demand revelation under incomplete information (pp. 23-39). Economics and human welfare. New York Academic Press.
- Athey, S., & Segal, I. (2007). Designing efficient mechanisms for dynamic bilateral trading games. The American economic review, 131-136.
- Athey, S., & Segal, I. (2013). An efficient dynamic mechanism. Econometrica, 81(6), 2463-2485.
- Becker, G., (1964). Human Capital. National Bureau of Economic Research, New York.
- Bergemann, D., & Välimäki, J. (2010). The dynamic pivot mechanism. Econometrica, 78(2), 771-789.
- Clarke, E. H. (1971). Multipart pricing of public goods. Public choice, 11(1), 17-33.
- d'Aspremont, C., & Gérard-Varet, L. A. (1979). Incentives and incomplete information. Journal of Public economics, 11(1), 25-45.
- Ghosh, S., & Waldman, M. (2010). Standard promotion practices versus up-or-out contracts. The Rand Journal of Economics, 41(2), 301-325.
- Groves, T. (1973). Incentives in teams. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 617-631.
- Jehiel, P., & Moldovanu, B. (2001). Efficient design with interdependent valuations. Econometrica, 69(5), 1237-1259.
- Myerson, R. B. (1981). Optimal auction design. Mathematics of operations research, 6(1), 58-73.
- Myerson, R. B., & Satterthwaite, M. A. (1983). Efficient mechanisms for bilateral trading. Journal of economic theory, 29(2), 265-281.
- Prasad, S., & Tran, H. (2013). Work practices, incentives for skills, and training. Labour Economics, 23, 66-76.
- Vickrey, W. (1961). Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders. The Journal of finance, 16(1), 8-37.
- Waldman, M. (1984). Job assignments, signalling, and efficiency. The RAND Journal of Economics, 15(2), 255-267.

- Zabojnik, J., & Bernhardt, D. (2001). Corporate tournaments, human capital acquisition, and the firm Size?Wage relation. The Review of Economic Studies, 68(3), 693-716.